ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JUIN 1948.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI VILLAT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** s'exprime en ces termes :

Je salue la présence ici de M. **ADRIEN POULIOT**, l'éminent Doyen de la Faculté des Sciences de l'Université Laval. Nous savons déjà tout ce que M. le Doyen Pouliot et son Université ont contribué à réaliser pour la France et pour les intérêts scientifiques français. Actuellement, son passage parmi nous se rattache à un désir ardent d'apporter, du Canada, une aide efficace aux travailleurs français et aux Universités françaises. Nous lui en sommes très reconnaissants et il m'est bien agréable de prier M. Pouliot de bien vouloir prendre place parmi ses Collègues.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite également la bienvenue à M. **GARRETT BIRKHOFF**, Professeur à l'Université Harvard, qui assiste à la séance.

Notice nécrologique sur M. LOUIS LUMIÈRE,
par M. **HENRI VILLAT.**

J'ai le triste devoir d'aviser l'Académie de la grande perte qu'elle vient de faire. Notre confrère **LOUIS LUMIÈRE**, membre de notre Section des Applications de la Science à l'Industrie depuis le 15 décembre 1919, s'est éteint hier matin 6 juin dans sa propriété de Bandol, où il s'était retiré depuis quelques années.

L'une des particularités les plus nouvelles de notre époque actuelle comparée aux siècles passés, est sans doute l'influence foudroyante de la recherche scientifique, sur l'existence quotidienne, sur la manière de vivre de l'humanité. Le plus souvent, cette action de la science sur la vie est le résultat d'une longue œuvre collective; rarement un homme seul a pu, par ses recherches, créer une chose nouvelle dont l'influence soit universelle et immédiate.

Tel fut cependant le cas de Louis Lumière. Son œuvre, d'un beau caractère

d'unité, gravite autour de la photographie, qui est, on peut l'affirmer sans crainte, à la fois une science, un art et une technique.

C'est à cette science, à cette industrie, à cet art, que L. Lumière a consacré l'essentiel de son activité. Le monde entier sait comment il y a réussi. Pourrions-nous ne pas commencer par dire que l'invention du cinéma rendit son nom célèbre dans le monde entier, alors que l'inventeur n'avait pas encore trente ans !

La photographie avait déjà à son actif de belles réussites; Lumière lui-même n'était pas étranger à ses progrès les plus récents : fondateur et directeur d'une maison renommée, il avait apporté beaucoup d'ingénieux perfectionnements dans la technique de cette industrie, en vue d'améliorer la sensibilité des plaques, ou d'aménager des vues stéréoscopiques douées de relief. Mais Louis Lumière, et son frère Auguste, se penchaient avec ardeur sur le problème suivant : comment obtenir, au lieu de reproductions statiques des objets, une reproduction précise des corps en mouvement ? Quelques tentatives avaient été déjà faites, notamment par le grand physiologiste Marey, mais on était loin d'une solution utilisable; Louis Lumière a trouvé la bonne solution, si simple et si parfaite que, depuis sa découverte, on n'y a pour ainsi dire rien changé d'essentiel. Auguste Lumière a écrit dans ses souvenirs les quelques lignes suivantes, émouvantes dans leur simplicité : « Dans les courts loisirs que « nous laissait la conduite de notre affaire industrielle, nous avions abordé le « problème du cinéma, et j'avais, de mon côté, commencé à construire un « dispositif sur des bases dont je ne me rappelle plus le principe, lorsqu'un « matin, vers la fin de 1894, je me rendis dans la chambre de mon frère qui, « un peu souffrant, avait dû rester alité. Il m'apprit que, ne dormant pas, il « avait, dans le calme de la nuit, précisé les conditions à remplir pour atteindre « le but cherché, et imaginé un mécanisme capable de satisfaire à ces conditions. « Ce fut une révélation, et je compris que je n'avais qu'à abandonner la solution « précaire à laquelle j'avais songé : mon frère, en une nuit, avait inventé le « cinématographe. »

De l'idée à la réalisation, le chemin fut rapide : dès le mois de mars 1895, les premières représentations publiques eurent lieu : le cinéma était inventé, et du premier coup à l'état parfait. Vous savez tous jusqu'où cette invention a été menée, et l'on n'a pas cessé, dans le monde entier, de considérer Louis Lumière comme « le père du Cinéma ». C'est ce qui explique l'immense retentissement des cérémonies de son jubilé scientifique, célébré le 6 novembre 1935.

Notre illustre Confrère, qui n'a jamais abandonné son œuvre initiale, dont il a suivi tous les rebondissements ultérieurs, ne s'en est pas tenu à cette grandiose réalisation. L'une des infirmités de la photographie était encore son inaptitude à reproduire les couleurs : on connaissait bien la merveilleuse invention de Gabriel Lippmann, mais le procédé Lippmann est d'un emploi très délicat, et bien peu d'opérateurs ont réussi à s'en rendre maîtres. Une solution approchée

consistait à superposer trois images prises à travers trois filtres colorés. Lumière s'orienta vers une autre solution, celle qui l'a conduit à la plaque autochrome; il est difficile de dire les difficultés qu'il fallut vaincre pour rendre industrielle la fabrication de ces plaques : il y avait un monde de complications, que notre Confrère sut entièrement résoudre.

Le cinéma et la couleur, voilà, en résumé, les deux plus grands titres de gloire de Louis Lumière. Son nom s'attache cependant encore à bien d'autres inventions: le problème du panorama, le problème du relief ont sollicité son attention : au moyen d'images planes, construire l'espace réel : ce fut la photo-stéréo-synthèse; où l'idée initiale était d'une singulière hardiesse : l'inventeur coupe le sujet (par exemple un visage humain) par des plans parallèles, produit une image photographique de chacune de ces coupes, les remet dans la position exacte dans l'espace, et par un éclairement convenable, les rend visibles pour le spectateur, qui croit avoir vraiment devant les yeux le sujet photographié.

Pendant ces dernières années, Louis Lumière, dans sa retraite, inventait encore d'ingénieux dispositifs permettant le cinéma en relief, d'autres permettent de rendre la vision normale binoculaire à des sujets opérés de la cataracte; c'est dire que jusqu'au dernier jour il a montré une féconde activité.

De par sa principale invention, Lumière fut un grand créateur d'illusions, et c'est là sans doute un beau service rendu à l'humanité. Mais nous admirerons surtout en lui un homme de science qui a su résoudre des problèmes techniques qui auraient arrêté tout autre, et qui a découvert des moyens de travail de premier ordre.

Louis Lumière a fait partie de notre Compagnie pendant presque trente ans. Sa bonne grâce, son humeur charmante et toujours serviable, l'avaient fait aimer de tous. Nous avons grandement ressenti son absence pendant ces dernières années. Il laissera ici un grand vide, et des regrets poignants. Nous adressons à sa famille nos vives et sincères condoléances.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Œufs dormants chez un biotype européen de l'*Anopheles claviger *Meig.* (bifurcatus) *L.* Note de M. **Émile Roubaud**.

Certains moustiques peuvent déposer, à l'instar de certains Crustacés inférieurs, des œufs dormants ou œufs durables, dont l'éclosion peut subir un retard plus ou moins prolongé. Nous avons montré [1] que chez le moustique de la Fièvre Jaune, *Aëdes ægypti*, en particulier, de grandes différences peuvent exister entre les œufs d'une même ponte, au point de vue de l'aptitude à l'éclosion, certains œufs étant aptes à libérer leur larve en quelques jours (œufs actifs ou subactifs), tandis que d'autres n'y parviennent qu'après un délai plus ou moins prolongé. Ces œufs *ralentis* ou durables nécessitent l'intervention

(1) *Annales de l'Institut Pasteur*, 43, 1929, p. 1093-1210,

d'agents stimulants d'éclosion, mécaniques physiques, chimiques ou biologiques, qui *réactivent* la larve en état de diapause à l'intérieur de l'œuf. Jusqu'ici de tels phénomènes n'ont guère été observés, dans l'ensemble des Culicides, que dans la tribu des *Aëdinés* pour lesquels ils apparaissent comme une particularité biologique générale. Chez les autres représentants de la S. famille des Culicinés ils n'ont point, pour le présent, été signalés.

Chez les *Anophélinés*, certains auteurs ont parlé, mais surtout par hypothèse, d'œufs résistants ou œufs d'hiver qui seraient parfois susceptibles de maintenir l'espèce d'une année à l'autre ([2]). La preuve n'en avait pas été administrée, lorsqu'aux États-Unis, Matheson et Hurlbut (1937), suivis bientôt par divers observateurs ([3]), firent connaître que l'*Anopheles walkeri* Theobald était capable de produire deux types d'œufs, différents par leurs caractères morphologiques et biologiques : des œufs d'été, plus petits, à flotteur court, doués de développement rapide et ne résistant pas au froid, et des œufs dormants ou œufs d'hiver, plus volumineux, à flotteur large et ornementation réticulée. Ces œufs d'hiver n'éclosent qu'après avoir subi, pendant plusieurs mois, l'action d'une basse température.

Ces observations étaient restées isolées lorsqu'à peu près, à la même époque nous avons signalé, avec M. Treillard ([4]), des phénomènes d'éclosion retardée chez un de nos anophèles indigènes, l'*A. claviger* (*bifurcatus*), originaire du Morvan. Certains œufs d'une même ponte ont libéré leurs larve en 48 heures, tandis que d'autres n'ont éclos que de 20 à 23 jours plus tard, à la même température (28° C.).

J'ai pu reprendre récemment cette étude, sur une autre souche du même insecte, rapportée de Corse méridionale (Pont de Vica) par M. Toumanoff. Cette souche apparaît correspondre à la variété *petagnani* de Del Vecchio ([5]), à nervules intercostales au flotteur. Elle est biologiquement caractérisée, entre autres, par la possibilité théorique d'un développement hivernal et l'absence de l'arrêt évolutif qui frappe habituellement, à l'arrière saison, les larves au quatrième stade dans les contrées froides, phénomène dont J. Sautet a bien fait ressortir qu'il n'était pas lié au froid ([6]).

Par contre, l'asthénobiose se manifeste dans les œufs, dont un plus ou moins grand nombre peut être affecté du caractère *dormant*. Les éclosions, capricieuses, surviennent dans les délais variant de deux à vingt-cinq jours. Comme chez les œufs d'Aëdinés, ces œufs dormants qui renferment une larve primaire en diapause sont parfois réactivables par agitation, par effets chimiques ou

---

([2]) E. Marchoux, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 18, 1925, p. 405-407.

([3]) *Amer. Journ. Trop. med.*, 17, n° 2, mars 1937, p. 247-242; H. S. Hurlbut, *J. Parasit.*, 24, 1938, p. 521-526; Bang et Simpson, *Amer. Journ. Trop. med.*, 22, 1942, p. 513-516; A. T. Péters, *J. Parasit.*, 29, 1943, p. 117-122, etc.

([4]) *Bull. Soc. Path, exot.*, 33, 1940, p. 21-25.

([5]) *Riv. di Parasitologia*, 3, n° 1, p. 27-37.

([6]) *Ann. Parasit.*, 11, n° 3, 1933, p. 161-172.

biologiques. Une proportion plus ou moins forte échappe, d'ordinaire, à ces influences de stimulation de l'éclosion et, malgré une apparence normale, demeure à l'état dormant, indéfiniment jusqu'à la mort. La proportion de ces œufs frappés d'asthénobiose est d'autant plus forte que la femelle pondeuse est plus âgée, fait observé déjà pour l'*Aëdes ægypti*. Il n'y a point de différences morphologiques entre les œufs actifs et les œufs dormants.

Le froid, dont l'influence réactivante est si générale chez tous les organismes en diapause peuplant les régions soumises à l'hiver, n'exerce aucune action stimulante par effet prolongé directement sur ces œufs. Mais on obtient des éclosions massives, rapides, attestant la réactivation des pontes, lorsque le moustique-mère est soumis, pendant quelques semaines, au repos hivernal. Une femelle placée à 6 ou 10° C., pendant dix jours après son éclosion, a déposé, après repas de sang, deux pontes successives dont les éclosions furent totalement rapides pour la première et en majorité pour la seconde.

Ces faits laissent apparaître la diapause larvaire déterminant le blocage des œufs comme un effet de fatigue physiologique héritée des parents. La mise au repos, à basse température, des moustiques mères se traduit par l'activation physiologique de leur descendance immédiate et la disparition de la torpeur qui affecte obligatoirement les larves primaires dans l'œuf, lorsque les générations de l'insecte se succèdent sans arrêt.

Les œufs dormants, qui sont ainsi l'expression d'une dépression métabolique des femelles pondeuses ne sauraient, pour ce biotype, mériter pourtant l'appellation réelle d'œufs d'hiver, car ils ne semblent pas aptes à conserver effectivement l'espèce d'une façon durable; les larves qu'ils renferment meurent au bout de quelques semaines; par contre, après l'éclosion, quel que soit leur stade, les larves résistent longuement à de faibles températures. On peut considérer que cette variété du *claviger* hiberne indifféremment à tous stades larvaires libres, et partiellement aussi à l'état ailé. Il ne semble point encore s'être différencié ici de stade précis d'adaptation à l'hiver, comme on en observe pour les biotypes du *claviger* des régions plus froides.

Les pontes dormantes, dans notre biotype, ne représentent encore qu'une étape imparfaite vers la réalisation physiologique de l'œuf d'hiver, mais permettent d'en comprendre la genèse.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la succession, dans le temps, des processus histologiques et biochimiques qui conditionnent la division de la cellule bactérienne.* Note (*) de MM. **André Boivin**, **Robert Tulasne** et **Raymond Minck**.

Ainsi qu'il a été indiqué dans les publications précédentes de notre laboratoire ([1]), la méthode à la ribonucléase et au Giemsa permet de mettre en évi-

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) Voir en particulier : *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 703.

dence un noyau à base d'acide désoxyribonucléique chez les bactéries les plus diverses, noyau dont la division en deux noyaux-fils précède la division de la cellule bactérienne en cellules-filles. Depuis lors, expérimentant avec des colibacilles maintenus en culture sur du bouillon peptoné à 37°, nous avons cherché à préciser la chronologie des stades successifs de la multiplication bactérienne.

Pendant la phase de latence, durant laquelle les germes augmentent de taille sans se multiplier de façon notable, on assiste à de fréquentes divisions nucléaires non suivies de divisions cytoplasmiques immédiates, au point que vers deux heures, environ 80 % des éléments microbiens présentent 2 noyaux (ou plus de 2 noyaux : 3 ou 4 noyaux parfois). Mais dès que vers 3 à 4 heures on entre en phase de multiplication exponentielle, les germes reprennent leur taille normale, tandis que la proportion des éléments bi- ou multinucléés s'abaisse considérablement, pour se maintenir autour de 10 à 20 % pendant toute la durée de la phase exponentielle. Il en résulte que le processus de bipartition du noyau ne prend qu'un temps très court et qu'il est suivi très rapidement par la bipartition cytoplasmique, alors que la période de repos nucléaire *apparent* représente 80 à 90 % de la durée totale de la génération microbienne.

L'analyse des courbes de croissance permet de calculer la durée *moyenne* d'une génération bactérienne, soit 20 à 30 minutes pour notre souche, dans nos conditions d'expérience. Mais lorsqu'on suit au microscope la multiplication des bactéries, considérées individuellement, on se trouve en présence d'une réalité beaucoup plus complexe. Parmi les descendants d'un même germe, l'intervalle de temps séparant deux divisions successives se montre extrêmement variable d'une génération à l'autre dans une même lignée et, à travers les lignées, d'un individu à l'autre dans une même génération. Les valeurs auxquelles on aboutit peuvent aller de quelques minutes à quelques heures et dans l'ensemble elles se répartissent, quant à leur fréquence, selon une courbe en cloche autour de la valeur moyenne, telle que la fournit le calcul. Sur ce point, nos constatations confirment pleinement les résultats atteints antérieurement par Kelly et Rahn ([2]). C'est dire que la durée du repos nucléaire *apparent* peut se montrer fort variable, de quelques minutes à quelques heures, selon les individus bactériens, bien que ceux-ci se trouvent placés dans des conditions physiques et chimiques absolument identiques. Or, chez les bactéries comme chez les cellules des êtres supérieurs, cette période de préparation à la division nucléaire doit être remplie, au moins en partie, par la duplication des gènes, lesquels semblent bien être des macromolécules désoxyribonucléiques ([3]). Une telle duplication peut-elle vraiment demander

---

([2]) *Journ. Bact.*, **23**, 1932, p. 147. Voir également, à ce sujet, le livre récent de Hinshelwood, *The chemical Kinetics of the bacterial Cell*, 1946.

([3]) Voir en particulier : *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 646 et **226**, 1948, p. 1061.

un temps aussi variable d'individu à individu ? La chose paraît fort plausible, aussitôt qu'on se réfère aux résultats et aux conceptions de McIlwain ([4]).

D'après cet auteur, les enzymes bactériens se rangeraient en deux catégories quant à leur abondance. Les biocatalyseurs de la première catégorie, qui commandant la synthèse des constituants microbiens fondamentaux (protéines, etc.) et le déroulement des grands processus libérateurs d'énergie (respiration et fermentation) existeraient sous des milliers de molécules par individu microbien. Les enzymes de la deuxième catégorie, qui gouvernent l'élaboration des biocatalyseurs de première catégorie, n'existeraient, par contre, que sous quelques molécules, voire même que sous une seule molécule par individu microbien.

Qu'eux aussi les enzymes intéressant l'édification des macromolécules désoxyribonucléiques n'existent chacun que sous un très petit nombre de molécules, voire même que sous une seule molécule par individu microbien, et l'on se trouverait plongé en pleine indétermination relativement au temps nécessaire pour la duplication de chaque gène et par conséquent au temps requis pour la duplication de l'ensemble des gènes du noyau. En effet, une vitesse de réaction chimique ne peut être définie que statistiquement, lorsque interviennent à la fois de nombreuses molécules des corps réagissants et de nombreuses molécules des catalyseurs capables d'abaisser suffisamment l'énergie d'activation des substances en présence.

Comme toujours, l'indétermination s'installe aussitôt qu'on descend à l'échelle du phénomène élémentaire isolé. Ainsi s'expliqueraient les énormes fluctuations qui se montrent, d'individu à individu, et toutes conditions générales identiques, dans la durée de la phase de préparation à la division bactérienne. Bien entendu, ce qui vient d'être dit des gènes bactériens pourrait s'étendre aussitôt aux gènes des cellules animales et végétales, et la multiplication de toutes les cellules comporterait une part d'indétermination au sens où les physiciens entendent actuellement le terme, c'est-à-dire une part d'imprévisibilité dans le déroulement détaillé du processus le plus intime et le plus fondamental de cette multiplication. Ajoutons, au surplus, qu'une conception *moléculaire* de l'hérédité s'accorde bien avec tout ce qu'on connaît du déterminisme et tout ce qu'on entrevoit du mécanisme des mutations, tant spontanées que provoquées, chez les Bactéries comme chez les êtres supérieurs.

DÉSIGNATIONS.

M. **Francis Ruellan** est adjoint à la délégation précédemment désignée pour représenter la France au **Congrès International de Géographie**, qui aura lieu à Lisbonne, le 21 septembre 1948.

([4]) *Adv. Enzymol.*, 7, 1947, p. 409.

MM. **Charles Jacob** et **Roger Heim** sont désignés pour représenter l'Académie au septième **Congrès scientifique du Pacifique**, qui se tiendra à Auckland (Nouvelle Zélande), du 2 au 23 février 1949.

M. **Jean Cabannes** est désigné pour représenter l'Académie à la Cérémonie qui aura lieu à Brest, le jeudi 17 juin 1948, à l'occasion de l'arrivée en France des cendres de Jean Perrin.

CORRESPONDANCE.

M. **Andrei Radulesco**, Président de l'**Académie Roumaine**, adresse l'expression de ses sentiments de condoléances et ceux de cette Compagnie, à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la place de Membre titulaire du Bureau des Longitudes, vacante par le décès de M. *Henri Deslandres*.

M. **Fernand Baldet** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Henri Deslandres*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Francesco Severi. *Funzioni quasi abeliane. — Serie, sistemi d'equivalenza e corrispondenze algebriche sulle varietà algebriche*, Volume primo.

Il signale également une Note polycopiée, adressée par M. Raymond Jouaust : *Rapport sur les travaux effectués depuis* 1946 *par le Comité français de Radiotélégraphie scientifique*.

ALGÈBRE. — *Sur l'élévation à la puissance n d'une matrice carrée à quatre éléments à l'aide des polynomes de Tchébychev*. Note de M. **Florin Abelès**, présentée par M. Jean Cabannes.

Soient $[A]$ une matrice carrée quelconque à m^2 éléments, λ_s ses valeurs propres et $[I]$ la matrice unité à m lignes. Si $f([A])$ est un polynome en $[A]$, on démontre la formule suivante, due à Sylvester, qui est l'analogue de la formule de Lagrange dans le cas scalaire :

$$f([A]) = \sum_{r=1}^{m} f(\lambda_r) \frac{\prod_{s \neq r} (\lambda_s[I] - [A])}{\prod_{s \neq r} (\lambda_s - \lambda_r)}. \tag{1}$$

Si $f([\mathrm{A}]) = [\mathrm{A}]^n$, il s'ensuit de (1) que

$$(2)\qquad [\mathrm{A}]^n = \sum_{r=1}^{m} (\lambda_r)^n \frac{\prod_{s\neq r}(\lambda_s[\mathrm{I}] - [\mathrm{A}])}{\prod_{s\neq r}(\lambda_s - \lambda_r)}.$$

Nous obtenons ainsi très simplement la puissance $n^{\text{ième}}$ de $[\mathrm{A}]$ connaissant $[\mathrm{A}]$ et ses valeurs propres.

Dans le cas particulier où $m = 2$, on a

$$[\mathrm{A}]^n = \lambda_1^n \frac{(\lambda_2[\mathrm{I}] - [\mathrm{A}])}{\lambda_2 - \lambda_1} + \lambda_2^n \frac{(\lambda_1[\mathrm{I}] - [\mathrm{A}])}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\lambda_1^n - \lambda_2^n}{\lambda_1 - \lambda_2}[\mathrm{A}] - \lambda_1\lambda_2 \frac{\lambda_1^{n-1} - \lambda_2^{n-1}}{\lambda_1 - \lambda_2}[\mathrm{I}],$$

λ_1 et λ_2 sont les racines d'une équation du second degré, qui est l'équation aux valeurs propres de $[\mathrm{A}]$

$$(3)\qquad \lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + \Delta = 0,$$

Δ étant le déterminant de $[\mathrm{A}]$. Il s'ensuit que $(\lambda_1^n - \lambda_2^n)/(\lambda_1 - \lambda_2)$ est la fonction fondamentale U_n de Lucas des arguments $p = a_{11} + a_{22}$ et Δ. Donc

$$(4)\qquad [\mathrm{A}]^n = \mathrm{U}_n(p, \Delta)[\mathrm{A}] - \Delta \mathrm{U}_{n-1}(p, \Delta)[\mathrm{I}].$$

On vérifiera que ce résultat, quoique formellement différent, est au fond identique à celui obtenu par M. A. Herpin ([1]).

Dans ce qui suit, nous continuerons à raisonner sur les matrices carrées à quatre éléments. Posons

$$(5)\qquad [\mathrm{A}] = \sqrt{\Delta}[\mathrm{A}'],$$

avec $a'_{ik} = a_{ik}\Delta^{-\frac{1}{2}}$. Dans ces conditions, $[\mathrm{A}']$ est une matrice unimodulaire ($|[\mathrm{A}']| = 1$). Les valeurs propres de $[\mathrm{A}']$ sont racines de l'équation

$$\lambda^2 - \frac{a_{11} + a_{22}}{\sqrt{\Delta}}\lambda + 1 = 0.$$

Il en résulte, compte tenu des résultats obtenus plus haut, que

$$\begin{aligned}[\mathrm{A}']^n = \Delta^{-\frac{n}{2}}[\mathrm{A}]^n &= \mathrm{U}_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[\mathrm{A}'] - \mathrm{U}_{n-1}\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[\mathrm{I}] \\ &= \Delta^{-\frac{1}{2}}\mathrm{U}_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[\mathrm{A}] - \mathrm{U}_{n-1}\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right),\end{aligned}$$

d'où la relation

$$(6)\qquad [\mathrm{A}]^n = \Delta^{\frac{n-1}{2}}\mathrm{U}_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[\mathrm{A}] - \Delta^{\frac{n}{2}}\mathrm{U}_{n-1}\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right)[\mathrm{I}].$$

$\mathrm{U}_n(x, 1)$ est le polynome de Tchébychev $\mathrm{S}_{n-1}(x)$, défini par la relation $(\lambda_1^n - \lambda_2^n)/(\lambda_1 - \lambda_2)$, où λ_1 et λ_2 sont les racines de l'équation $\lambda^2 - x\lambda + 1 = 0$. En posant $\lambda_1 = e^{\varphi}$, $\lambda_2 = e^{-\varphi}$, φ étant une quantité complexe quelconque reliée à x par la relation $x = e^{\varphi} + e^{-\varphi} = 2\,\mathrm{ch}\,\varphi$, on a $\mathrm{S}_{n-1}(x) = \mathrm{sh}\,n\varphi/\mathrm{sh}\,\varphi$.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 17.

La comparaison des formules (4) et (6) montre que

$$(7) \qquad U_n(p, \Delta) = \Delta^{\frac{n-1}{2}} U_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right).$$

Nous avons trouvé ainsi la relation entre la fonction fondamentale U_n de Lucas et le polynome S_{n-1} de Tchébychev. Rappelons, d'autre part, que la fonction primordiale $V_n(p, \Delta)$ de Lucas est définie par la relation

$$V_n(p, \Delta) = \lambda_1^n + \lambda_2^n = 2U_{n-1}(p, \Delta) - pU_n(p, \Delta).$$

Compte tenu de (7), on a

$$(8) \qquad V_n(p, \Delta) = \Delta^{\frac{n}{2}} V_n\left(p\Delta^{-\frac{1}{2}}, 1\right).$$

Mais $V_n(x, 1)$ est le polynome de Tchébychev $C_n(x) = 2 \operatorname{ch} n\varphi$ d'après une relation indiquée plus haut.

En résumé, nous avons signalé dans ce qui précède deux résultats importants :

1° Pour obtenir la $n^{\text{ième}}$ puissance d'une matrice carrée à quatre éléments [A], il suffit de connaître les valeurs des polynomes de Tchébychev S_{n-1} et S_{n-2} de la variable $x = \text{Trace de } [A]/|[A]|$. Les éléments non diagonaux de $[A]^n$ se déduisent de ceux correspondants de [A] par multiplication par $\Delta^{(n-1)/2} S_{n-1}(x)$, tandis que les éléments diagonaux de $[A]^n$ sont égaux à ceux de [A] multipliés par la même quantité moins $\Delta^{n/2} S_{n-2}(x)$.

2° Toute fonction de Lucas peut s'exprimer en fonction du polynome de Tchébychev correspondant. Les calculs faisant intervenir les fonctions de Lucas deviennent très faciles du fait qu'on possède des Tables des polynomes de Tchébychev [2].

Remarque. — Si $P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^{n-k}$ est un polynome en x de degré n, il résulte des résultats obtenus que

$$\begin{aligned} P([A]) &= \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} a_k U_{n-k}(p, \Delta) \right\} [A] - \left\{ \sum_{k=0}^{n-2} a_k U_{n-k-1}(p, \Delta) \right\} \Delta [I] \\ &= \left\{ \sum_{k=1}^{n} a_{k-1} \Delta^{\frac{n-k}{2}} S_{n-k}\left(\frac{p}{\sqrt{\Delta}}\right) \right\} [A] - \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} a_{k-1} \Delta^{\frac{n-k+1}{2}} S_{n-k-1}\left(\frac{p}{\sqrt{\Delta}}\right) + a_n \right\} [I]. \end{aligned}$$

---

(2) C. W. Jones, J. C. P. Miller, J. F. C. Conn et R. C. Pankhurst, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, A 62, p. 187. L'article contient aussi une bonne bibliographie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le comportement d'une série de Taylor sur le cercle de convergence.* Note de M. **Shmuel Agmon**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $\{l_n\}$ une suite appartenant à la classe $L = L\{n\}$. [La suite $\{l_n\}$ satisfait donc aux relations $l_n > 0$, $\lim(l_{n+1}/l_n) = 1$, et à quelques conditions de régularité précisées dans une Note précédente (1).] Soit $\{\theta_n\}$ une suite satisfaisant aux relations $0 < \delta \leq |\theta_n| \leq 1$, $\lim(\theta_{n+1}/\theta_n) = 1$. Posons $m_n = \theta_n l_n$. Soit $\{\gamma_n\}$ une suite qui ne prend qu'un nombre fini de valeurs et telle que $\overline{\lim}|\gamma_n| > 0$. Posons $f(z) = \sum_0^\infty \gamma_n m_n z^n$, $\varphi(z) = \sum_0^\infty \gamma_n z^n$. Alors on peut énoncer le théorème suivant :

Théorème I. — *Une condition nécessaire pour que le cercle de convergence de la série $f(z)$, dont le rayon de convergence est égal à un, ne soit pas une coupure, est que la suite $\{\gamma_n\}$ soit périodique pour n assez grand. C'est-à-dire qu'il existe deux entiers positifs n_0 et μ tels que $\gamma_{n+\mu} = \gamma_n$ pour $n \geq n_0$. On peut aussi affirmer que chaque point singulier sur le cercle de convergence de $\varphi(z)$ est un point singulier pour $f(z)$.*

Dans le cas particulier où $m_n = 1$, notre théorème se réduit à un théorème connu de M. Szegö (2). Pour démontrer le théorème énoncé il suffit de remplacer le lemme employé par M. Szegö par un lemme plus général qui résulte d'un théorème énoncé dans notre Note citée (1).

Théorème II. — *Soit $f(z) = \sum d_n z^n$ une série de Taylor de rayon de convergence égal à un. Soit $\{n_k\}$ une suite croissante d'entiers positifs tels que* $\lim(n_{k+1} - n_k) = \infty$, *la suite $\{d_{n_k}\}$ étant une suite de coefficients principaux. [Cette notion a été introduite dans une Note précédente (3).] Posons $f^*(z) = \sum d^*_n z^n$ où $d^*_n = d_n$ pour $n \neq n_k$, $d^*_n = -d_n$ pour $n = n_k$. Alors le cercle de convergence est une coupure pour au moins une de ces deux séries.*

Remarquons que ce théorème précise le théorème connu de Fatou-Pólya. Nous démontrons ce théorème par contradiction. Supposons que les deux fonctions soient prolongeables à l'extérieur du cercle de convergence. Posons

$$f_k(z) = \frac{f(z) - S_{n_k-1}(z)}{d_{n_k} z^{n_k}}, \qquad f^*_k(z) = \frac{f^*(z) - S^*_{n_k-1}(z)}{d_{n_k} z^{n_k}},$$

où $S_m(z)$ et $S^*_m(z)$ sont les sommes partielles des deux séries. D'après un théorème énoncé dans une Note déjà citée, la famille $\{f_k(z)\}$ est normale dans

---

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1497.

(2) *Math. Annalen*, **87**, 1922, p. 90-111.

(3) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1673.

chaque domaine Δ simplement connexe, contenant l'origine, où la fonction $f(z)$ est holomorphe. Chaque fonction $g(z)$ qui est la limite d'une suite partielle de la famille $\{f_\nu(z)\}$ possède les propriétés suivantes : la branche principale de $g(z)$ est holomorphe à l'intérieur et à l'extérieur du cercle unitaire, et possède les développements

$$g(z) = 1 + \sum_{1}^{\infty} a_n z^n, \ |z| < 1, \qquad g(z) = \sum_{1}^{\infty} b_n z^{-n}, \ |z| > 1.$$

Les points singuliers de $g(z)$ sur le cercle unitaire sont des points singuliers de $f(z)$. Un résultat analogue s'applique à la famille $\{f_\nu^*(z)\}$. Chaque fonction $g^*(z)$ qui est la limite d'une suite partielle de fonctions $g_\nu^*(z)$ possède les développements suivants :

$$g^*(z) = -1 - \sum_{1}^{\infty} a_n^* z^n, \ |z| < 1, \qquad g^*(z) = \sum_{1}^{\infty} b_n^* z^{-n}, \ |z| > 1.$$

Mais d'après nos hypothèses on peut faire correspondre à chaque fonction $g(z)$ une fonction $g^*(z)$, telle que $a_n^* = a_n$, $b_n^* = b_n$ pour $n = 1, 2, \ldots$. On obtient alors $g(z) = g^*(z)$ pour $|z| > 1$, ce qui implique que les deux fonctions sont identiques. Mais $g(0) \neq g^*(0)$, ce qui nous mène à une contradiction. Cette méthode nous permet d'établir des théorèmes semblables plus généraux.

D'après un autre théorème connu de Fatou on sait que si $f(z) = \sum d_n z^n$ est une série de Taylor dont le rayon de convergence est égal à 1, avec $\lim d_n = 0$, la série converge en tout point régulier sur le cercle de convergence. Nous nous proposons d'indiquer ici la rapidité de cette convergence. Soit $\{l_n\}$ une suite qui appartient à la classe L, telle que $|d_n| \leq l_n$. En utilisant le théorème général déjà cité (¹) pour les points $z = e^{i\varphi}$ d'un arc fermé du cercle de convergence sur lequel la fonction $f(z)$ est régulière, on obtient uniformément

$$|f(e^{i\varphi}) - S_{n-1}(e^{i\varphi})| = O(l_n).$$

Pour arriver au résultat il suffit de choisir les l_n avec $\lim l_n = 0$.

Soit $\{1/c_n\}$ une suite qui appartient à la classe C, telle que $\overline{\lim}\, c_n |d_n| = \infty$ [c'est-à-dire $c_n \geq 1$, $\lim c_{n-1}/c_n = 1$, $\log c_n$ étant une fonction concave de n qui satisfait à une condition supplémentaire précisée dans une Note précédente (²)]. Soit $\log b_n$ la plus petite fonction concave non négative telle que $\log b_n \geq \log c_n - \log |d_n|$. Posons $l_n = b_n/c_n$. La suite $\{l_n\}$ appartient à la classe L, $|d_n| \leq l_n$ et $|d_{n_k}| = l_{n_k}$ pour une suite infinie $\{n_k\}$. On démontre aisément que $\lim l_n = 0$, ce qui nous donne la rapidité de convergence.

Remarquons que si $d_n = \theta_n l_n$ où $\{l_n\}$ appartient à la classe L, $0 < \delta \leq |\theta_n| \leq 1$, on obtient $|f(e^{i\varphi}) - S_{n-1}(e^{i\varphi})| = O(|d_n|)$. Si de plus $d_{n+1}/d_n \to 1$ on obtient la formule asymptotique $f(e^{i\varphi}) - S_{n-1}(e^{i\varphi}) \sim d_n e^{in\varphi}/(1 - e^{i\varphi})$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination d'une famille de noyaux réciproques.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Henri Villat.

Un noyau est dit réciproque si la relation

(1) $$g(t)=\int_0^{\infty} \mathrm{K}(x, t) f(x)\, dx$$

entraîne

(2) $$f(t)=\int_0^{\infty} \mathrm{K}(x, t)\, g(x)\, dx,$$

et réciproquement.

De nombreux travaux ont été effectués pour déterminer de tels noyaux ([1]). Nous nous proposons de donner une expression générale d'une famille de ceux-ci.

Posons *a priori* que le noyau $\mathrm{K}(x, t)$ ait une transformée de Laplace de la forme

$$\rho(p)\, e^{-x\psi(p)}, \qquad \mathcal{R}[\psi(p)]>0,$$

$\psi(p)$ *étant périodique d'ordre deux.*

La relation (1), en posant $g(t) \supset \theta(p)$, $f(t) \supset \varphi(p)$, a pour image

$$\theta(p)=\rho(p)\, \varphi[\psi(p)].$$

Itérons, il vient

(3) $$\varphi(p)=\frac{\theta[\psi(p)]}{\rho[\psi(p)]}.$$

Mais, si (2) est satisfaite, on doit avoir

(4) $$\varphi(p)=\rho(p)\, \theta[\psi(p)].$$

Ces relations ne peuvent être satisfaites simultanément que si l'on a

$$\rho(p)\, \rho[\psi(p)]=1.$$

Cette relation admet la solution

$$\rho(p)=\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]},$$

$\nu(p)$ étant une fonction arbitraire.

Il en résulte que l'image d'un noyau réciproque peut être de la forme

$$\frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}\, e^{-x\psi(p)},$$

$\psi(p)$ étant une fonction périodique d'ordre deux.

([1]) Titchmarsh, *Proc. London, M. S.*, **23**, 1924, p. 279; *Theory of Fourier Intégrals*, Oxford, 1937, p. 212; Poli, *Annales de l'Université de Lyon*, A, **10**, 1947, p. 23

Une famille de noyaux réciproques peut donc être définie par l'intégrale complexe

$$(5) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathrm{Br}} \frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}\, e^{-x\psi(p)}\, e^{pt}\, dp,$$

prise le long d'un contour de Bromwich approprié.

Pour les noyaux réciproques gauches, c'est-à-dire tels que la relation

$$g(t) = \int_0^\infty \mathrm{K}(x, t) f(x)\, dx$$

entraîne la suivante

$$f(t) = -\int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)\, g(x)\, dx,$$

une méthode analogue montre qu'une famille de ces derniers peut être définie par l'intégrale complexe

$$(6) \qquad \frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{Br}} \frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}\, e^{-x\psi(p)}\, e^{pt}\, dp,$$

$\nu(p)$ étant une fonction arbitraire et $\psi(p)$ périodique d'ordre deux.

La fonction $\psi(p)$ étant d'autre part périodique d'ordre deux et $\mathrm{K}(x, t)$ du type (5) ou (6), il apparaît que l'on a également les relations réciproques

$$g(t) = \int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)\, dx \int_0^\infty \mathrm{K}(\lambda, x) f(\lambda)\, d\lambda,$$

$$f(t) = \int_0^\infty \mathrm{K}(x, t)\, dx \int_0^\infty \mathrm{K}(\lambda, x)\, g(\lambda)\, d\lambda.$$

Ces résultats peuvent être généralisés.

Un procédé analogue permet de montrer qu'une relation de la forme

$$g(t) = \int_0^\infty \mathrm{K}(x, t) f(x)\, dx,$$

entraîne

$$f(t) = \int_0^\infty \mathrm{K}(x_1, t)\, dx_1 \int_0^\infty \mathrm{K}(x_2, x_1)\, dx_2 \ldots \int_0^\infty \mathrm{K}(x_{n-1}, x_{n-2})\, g(x_{n-1})\, dx_{n-1},$$

si le noyau est donné par l'intégrale complexe

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathrm{Br}} \frac{\nu(p)}{\nu[\psi(p)]}\, e^{-x\psi(p)}\, e^{pt}\, dp,$$

$\nu(p)$ étant arbitraire et $\psi(p)$ *périodique d'ordre n.*

TOPOLOGIE. — *Sur les variétés plongées dans une variété différentiable.*
Note de M. CHARLES EHRESMANN, présentée par M. Elie Cartan

1. *Un théorème d'homotopie concernant les espaces fibrés.* — Les résultats [1] que je me propose d'énoncer se déduisent principalement du théorème suivant [2].

THÉORÈME 1. — *Étant donnés deux espaces fibrés* E(B, F, G, H) *et* E'(A, F, G, H'), *soit f une application continue de* A *dans* B *telle qu'il existe une application continue f' de* E' *dans* E *vérifiant la condition suivante* : (γ). *La restriction de f' à une fibre F_u (où $u \in A$) est un homéorphisme de F_u sur la fibre F_x [où $x = f(u) \in B$] de la forme $h \circ h'^{-1}$, $h \in H$, $h' \in H'$. Alors toute déformation (f_t) de f est la projection d'une déformation (f'_t) de f' telle que f_t et f'_t vérifient la condition γ.*

Ce théorème n'est qu'une légère généralisation du *lemme d'isotopie* d'une Note antérieure [3], où la déformation (f_t) était supposée être une isotopie. L'espace fibré E'(A, F, G, H') est isomorphe à l'espace fibré E_f *induit* par l'application f, défini dans une Note antérieure [4]. Le théorème 1 montre que la structure de l'espace fibré F_f ne dépend que de la classe d'homotopie de f.

2. *Application aux sections d'un champ* [4] *et aux feuilles d'une variété feuilletée* [5].

Soit V_n une variété différentiable munie d'un champ Φ_{n-p} d'éléments de contact de dimension $n-p$. On peut considérer l'espace fibré E des vecteurs tangents à V_n et situés dans les éléments de Φ_{n-p}, ainsi que l'espace fibré E_1 des vecteurs normaux aux éléments de Φ_{n-p} (en supposant V_n muni d'une métrique riemannienne).

THÉORÈME 2. — *Soit (V_p, f) une section du champ Φ_{n-p}. Si f est homotope à une application constante, V_p est parallélisable ; de même, l'espace fibré E_f (qu'on pourrait appeler l'espace des vecteurs normaux à la section considérée) est alors isomorphe à l'espace produit $V_p \times R^{n-p}$.*

En particulier, si V_n est muni d'une structure feuilletée définie par un champ complètement intégrable Φ_p, toute feuille V_p contractile sur V_n en un point est parallélisable et l'espace des vecteurs normaux à V_p est isomorphe à $V_p \times R^{n-p}$.

Remarques. — *a.* L'espace fibré des vecteurs normaux à une feuille V_p d'une variété feuilletée différentiable possède toujours une propriété remarquable : *il admet une structure fibrée à groupe structural discret et il existe un homomorphisme du groupe de Poincaré de V_p sur ce groupe structural.* Par exemple, si V_p

---

[1] J'ai indiqué ces résultats dans une conférence faite à Zürich le 24 février 1948.

[2] Pour les notations, voir *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 945-948.

[3] *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 144-147.

[4] *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 444-445.

[5] G. REEB, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1613-1614.

est simplement connexe, il est isomorphe à $V_p \times R^{n-p}$. Ce résultat n'est pas une conséquence du théorème 1.

b. Si les éléments de contact de dimension p orthogonaux aux éléments de Φ_{n-p} peuvent être orientés d'une façon continue, la théorie des classes caractéristiques conduit au résultat suivant : *En supposant que les groupes d'homologie de* V_n *se réduisent à zéro pour les dimensions* $\leq p$, *toute section du champ* Φ_{n-p} *est parallélisable.*

3. *Sur la variété* V'_n *des éléments de contact de dimension p de la variété différentiable* V_n.

La variété V'_n est un espace fibré de base V_n, la fibre étant la variété de Grassmann $G_{n,p}$; nous désignons par π la projection canonique de V'_n sur V_n. Soit E l'espace des couples formés d'un élément X_p de V'_n et d'un vecteur tangent à V_n et contenu dans X_p. L'espace E est un espace fibré dont V'_n est l'espace de base, le groupe structural étant le groupe linéaire L_p ou le groupe orthogonal Ω_p.

Théorème 3. — *Soit g une application continue dans* V_n *d'un complexe* A *de dimension d. Si* $d \leq n-p$, *tout espace fibré de base* A, *de fibre* R^p *et de groupe structural* L_p *où* Ω_p *est isomorphe à l'espace fibré* E_f *induit par une certaine application f de* A *dans* V'_n *telle que* $g = \pi \circ f$. *Si* $d+1 \leq n-p$, *pour que deux applications f et* f_1 *telles que* $g = \pi \circ f = \pi \circ f_1$ *induisent des espaces fibrés isomorphes* E_f *et* E_{f_1}, *il faut et il suffit qu'il existe une déformation* (f_t) *de f à* f_1 *telle que* $g = \pi \circ f_t$.

Ce théorème est à rapprocher du théorème de Whitney-Steenrod [6] sur la classification des espaces fibrés à groupe structural Ω_p.

Étant donnée une application g d'une variété différentiable V_p dans V_n, pour qu'il existe dans la classe d'homotopie de g une application différentiable partout de rang p, il faut qu'il existe une application f de V_p dans V'_n telle que $g = \pi \circ f$ et que E_f soit isomorphe à l'espace fibré des vecteurs tangents à V_p. Il est possible que cette condition soit aussi suffisante pour $n > p$. Si $n \geq 2p$, elle est toujours vérifiée et d'après Whitney g peut être approché par une application différentiable de rang p partout [7].

Par prolongement aux éléments de contact, toute application différentiable g, partout de rang p, de V_p dans V_n donne une application f de V_p dans V'_n. *Si f est homotope à une application constante,* V_p *est parallélisable. En supposant* $n \geq 2p+1$, *la classe d'homotopie de f ne dépend que de la classe d'homotopie de g.*

Supposons V_n muni d'un parallélisme. Soit φ l'application par parallélisme de V'_n sur $G_{n,p}$, variété des éléments de V'_n attachés en un point O de V_n. *Si* $n \geq 2p+1$, *la classe d'homotopie de* $\varphi \circ f$ *est un invariant de la structure différentiable de* V_p.

---

(6) Steenrod, *Annals of Math.*, 45, 1944.
(7) Whitney, *Differentiable Manifolds* (*Annals of Math.*, 37, 1936).

GÉOMÉTRIE. — *Sur la régularité des champs gravitationnel et électromagnétique dans les théories unitaires.* Note (*) de M. **Yves Thiry**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Lichnerowicz a montré (¹) qu'un espace-temps extérieur stationnaire à comportement asymptotique euclidien ne pouvait être régulier partout sans se réduire à l'espace-temps euclidien. Nous nous proposons d'étudier le cas d'un espace-temps stationnaire correspondant à un champ gravifique et à un champ électromagnétique, à comportement asymptotique *normal* (²) : *à l'infini, l'espace-temps est euclidien et le champ électromagnétique nul.* Nous établirons le résultat suivant dans deux modes distincts de représentation des champs :

Théorème. — *Si les champs gravifique et électromagnétique d'un espace-temps stationnaire ont un comportement asymptotique normal, ils ne peuvent être réguliers partout sans se réduire identiquement à zéro.*

1. *Dans la théorie unitaire pentadimensionnelle que nous avons étudiée récemment,* les champs sont régis par 15 équations (³). La cinquième variable x^0 est supposée présenter le caractère spatial. Faisant jouer à la variable x^4 le rôle joué par x^0 dans [T] et caractérisant par un accent les éléments de la métrique à 4 dimensions ainsi introduite, les équations $R_{44}=0$ et $R_4^4=0$ s'écrivent sans calcul nouveau

$$\frac{1}{V'}\Delta'_2 V' - \frac{V'^2}{4}H'^2 = 0, \qquad \text{où} \quad V' = \sqrt{\gamma_{44}},$$

$$\frac{1}{V'}\nabla_{i'} h_{i'} = 0, \qquad \text{où} \quad h_{i'} = \partial_{i'} V' - \frac{V'^3}{2}\Phi_{j'} F_{i'j'} \qquad (i', j', \ldots = 0, 1, 2, 3).$$

Les vecteurs $\partial_{i'} V'$ et $h_{i'}$ étant équivalents à l'infini, un raisonnement analogue à celui de Lichnerowicz (¹) permet de conclure que $H'=0$ et que $V'=\text{const.}$ On peut alors adopter des coordonnées telles que $\gamma_{4i'}=0$ et pour lesquelles la partie électrique e du champ électromagnétique soit identiquement nulle. Revenant alors aux équations $R_{00}=0$ et $R_0^0=0$ qui s'écrivent à présent

$$\frac{1}{V}\overline{\Delta}_2 V - \frac{\beta^2 V^2}{4}h^2 = 0,$$

$$\frac{1}{V}\overline{\nabla}_i h_i = 0 \qquad (i, j, \ldots = 1, 2, 3, 4),$$

un raisonnement analogue prouve que la partie magnétique h du champ

---

(*) Séance du 31 mai 1948.

(¹) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 432.

(²) Ce problème a été partiellement étudié par Einstein et Pauli (*Ann. of Math.*, 44, 1943, p. 131).

(³) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 216; cette Note sera désignée dans la suite par [T].

électromagnétique est nulle partout et que $V = \text{const.}$ On se trouve alors ramené à un espace-temps *extérieur* et orthogonal.

2. *Dans la théorie habituelle*, les champs sont régis par les 14 équations d'Einstein-Maxwell auxquelles se réduisent les 14 premières équations de [T] lorsqu'on suppose V constant. Dans ce cas, les équations $S_{44} = 0$ et $S_4^4 = 0$ s'écrivent

$$\frac{1}{V'}\Delta'_2 V' - \frac{V'^2}{4} H'^2 = \frac{\varkappa}{2}(h^2 - e^2),$$

$$\frac{1}{V'}\nabla_{i'} h_{i'} = \frac{\varkappa}{2}(h^2 - e^2).$$

La différence des deux vecteurs $\partial_{i'} V'$ et $h_{i'}$ étant nulle à l'infini, son flux à travers une sphère géodésique de grand rayon est nul, donc sa divergence est nulle, ce qui prouve que $H' = 0$ et, après orthogonalisation comme ci-dessus, e est identiquement nul. L'équation unique à laquelle se réduisent alors les deux équations précédentes peut s'écrire sous les deux formes suivantes :

$$\overline{\nabla}_i\left(\frac{\partial_i V'}{V'}\right) = \frac{\varkappa}{2} h^2,$$

$$\overline{\nabla}_i k_i = 0 \qquad \text{où} \quad k_i = \frac{\partial_i V'}{V'} - \varkappa \Phi_j F_{ij}.$$

Le même raisonnement s'applique encore et l'on en déduit $h = 0$. On se trouve donc là aussi ramené à un espace-temps *extérieur* et orthogonal.

La théorie habituelle et la théorie à 15 variables de champs que nous avons donnée apparaissent donc toutes deux comme satisfaisantes au point de vue d'un résultat esssentiel pour leur cohérence.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la méthode de Rayleigh-Ritz pour les systèmes déformables.* Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

Soit un système matériel élastique dont nous étudions les petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre. Nous ferons les hypothèses suivantes : il existe des positions fixes du système, telles que, pour chaque point x_0, y_0, z_0, le déplacement soit de la forme

$$x - x_0 = f_n(u, v, w), \qquad y - y_0 = g_n(u, v, w), \qquad z - z_0 = h_n(u, v, w);$$

les fonctions f_n, g_n, h_n sont définies dans des volumes ou des portions de surfaces ou de lignes, de sorte que : 1° les liaisons sont respectées (contacts, inextensibilité); 2° il existe une infinité de systèmes de ces fonctions, dépendant de l'indice n, telles que *toute* position du système, voisine de la position d'équilibre, puisse être représentée par les expressions

$$x - x_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n f_n(u, v, w), \qquad y - y_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n g_n, \qquad z - z_0 = \sum_{n=1}^{+\infty} q_n h_n,$$

avec un choix convenable des nombres q_n (système complet de fonctions) : ces nombres q_n sont les paramètres de Lagrange du système considéré; 3° nous admettrons que la théorie des équations de Lagrange s'applique à un tel système sous la forme habituelle.

Dans ces conditions, la force vive du système et son énergie potentielle sont deux formes quadratiques, respectivement en q'_n et q_n. Le système des équations de Lagrange est formé par une infinité d'équations linéaires du second ordre, à coefficients constants, sans seconds membres

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q'_n}\right)+\frac{\partial V}{\partial q_n}=0.$$

Un tel système admet des solutions de la forme $q_n = a_n \sin\omega t$, par choix convenable des a_n et de ω. Pour le constater, remarquons que $2T$ et $2V$ sont des formes quadratiques, homogènes et du second degré

$$\frac{\partial T}{\partial q'_n}=\frac{\partial T(\omega a_n\cos\omega t)}{\partial(\omega a_n\cos\omega t)}=\frac{\omega^2\cos^2\omega t}{\omega\cos\omega t}\,\frac{\partial T(a_n)}{\partial a_n}=\omega\cos\omega t\,\frac{\partial T(a_n)}{\partial a_n},$$

ce qui nous conduit à l'équation de Lagrange

$$(1)\qquad -\omega^2\frac{\partial T(a_n)}{\partial a_n}+\frac{\partial V(a_n)}{\partial a_n}=0.$$

C'est l'équation à laquelle aboutit Ritz pour un nombre fini de paramètres. Nous avons ainsi un système d'équations linéaires et homogènes en a_n, où ω^2 figure dans les coefficients. Si nous considérons ω^2 comme une constante, nous avons

$$\frac{\partial}{\partial a_n}[-\omega^2 T(a_n)+V(a_n)]=0.$$

Nous obtenons donc le système des inconnues a_n, *en considérant* ω^2 *comme une constante* et en écrivant que

$$-\omega^2 T(a_n)+V(a_n)$$

est extremum par rapport aux variables a_n.

On obtient encore les équations (1) en écrivant que $\omega^2=[V(a_n)/T(a_n)]$ est extremum, ω^2 dépendant ici des a_n. C'est de cette considération qu'était parti Ritz pour arriver aux équations (1).

Pour utiliser ces résultats dans la Mécanique pratique, nous ferons les hypothèses d'approximation suivantes : On obtient un résultat utilisable, en ne conservant que les k premiers paramètres q_n, et en appliquant les équations (1) au système ainsi obtenu. Notre système linéaire et homogène en a_n doit admettre d'autres solutions que la solution identiquement nulle, son déterminant est nul : d'où l'équation aux pulsations propres en ω. Elle est de degré k en ω^2 et se résout par approximations successives : les valeurs appro-

chées de ses $k-1$ premières racines sont les racines de l'équation relative au système où l'on ne considère que les $k-1$ premiers paramètres.

On peut étendre sans difficulté ces considérations à un système possédant un amortissement caractérisé par une fonction de dissipation $2F(q'_n)$, et même à un système ayant en certains points des forces perturbatrices périodiques, représentables par des séries de Fourier.

On est ramené à la recherche des solutions de la forme $q_n = a_n e^{rt}$ pour le système d'équations différentielles

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial q'_n} + \frac{\partial F}{\partial q'_n} + \frac{\partial V}{\partial q_n} = 0.$$

On trouve pour les vibrations libres l'équation

$$\frac{\partial}{\partial a_n}(r^2 T + rF + V) = 0,$$

c'est-à-dire que, *pour r fixe*, les a_n doivent être choisis de façon que la forme quadratique $r^2T + rF + V$ soit extremum, ce qui définit l'équation en r, et les valeurs correspondantes des a_n, à un facteur homogène près. Quant aux vibrations forcées, on peut toujours supposer qu'elles sont de la forme $q_n = C_n e^{\rho t}$, ρ et C_n étant des nombres donnés, et rechercher des solutions de la forme $q_n = A_n e^{\rho t}$. On fera éventuellement, ensuite, la somme de solutions de cette forme. *r étant supposé constant*, le système des A_n est le suivant :

$$\frac{\partial}{\partial A_n}(\rho^2 T + \rho F + V) = C_n.$$

Il est linéaire et non homogène : T, F, V sont naturellement les expressions où q_n et q'_n sont remplacés par A_n. Les conditions de résonance en résultent immédiatement.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Calcul du champ de vitesses dans une tuyère supersonique cylindrique à partir des photographies de lignes de Mach, et méthode de correction du tracé de la tuyère.* Note (*) de M. **Pierre Carrière**, présentée par M. Georges Darrieus.

On sait qu'il est facile d'obtenir par une méthode de déviation optique la photographie des ondes de Mach provoquées dans une tuyère supersonique par les petites aspérités du profil. La figure 1 représente un tel cliché de A. Sevault, par la méthode de Foucault. En principe, il suffit de mesurer les angles de Mach aux points de croisement de ces ondes pour obtenir le champ de vitesses. En fait les résultats ainsi obtenus sont assez dispersés, à cause des erreurs de mesure, et il convient de les compenser pour en déduire un champ de vitesse cohérent.

(*) Séance du 19 mai 1948.

1. La méthode de compensation que nous appliquons est basée sur la théorie des écoulements supersoniques plans de Prandtl-Busemann. D'après cette théorie on peut définir deux paramètres λ et μ ayant les propriétés suivantes :

1° $\lambda - \mu = \omega$, ω désignant l'angle du vecteur vitesse avec une direction de référence, mesuré habituellement en dégrés.

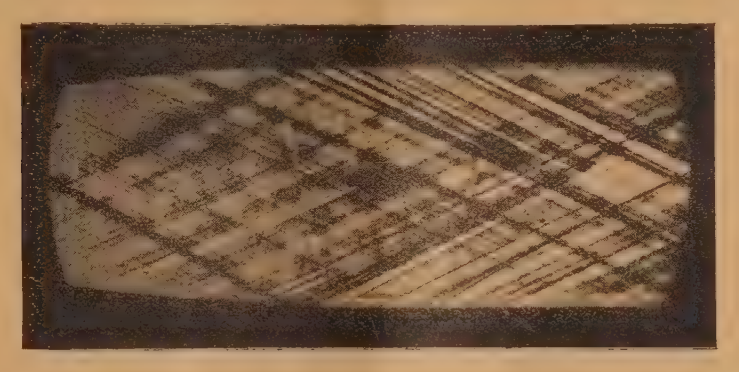


Fig. 1.

2° $\lambda + \mu = P(M)$, $P(M)$ désignant une fonction connue du nombre de Mach local M (nombre de pression de Busemann).

3° λ est constant le long d'une ligne de Mach de la première famille et μ est constant le long d'une ligne de Mach de la deuxième famille.

Si donc nous mesurons les angles φ_λ et φ_μ que font avec la direction de référence les lignes (λ) et (μ) qui se croisent au point X, nous en déduisons les valeurs des cotes λ et μ de ces deux lignes par

$$\lambda - \mu = \frac{\varphi_\lambda + \varphi_\mu}{2} \qquad \text{et} \qquad \lambda + \mu = P\left(\frac{1}{\sin\frac{\varphi_\lambda - \varphi_\mu}{2}}\right).$$

Lorsque le point X parcourt une ligne (λ) par exemple, on doit constater que λ reste constant, de même pour une ligne μ. On peut ainsi compenser les résultats des mesures d'une manière très simple et très sûre.

On dispose après compensation, des cotes λ et μ des lignes de Mach dans tout le champ.

Pour avoir la répartition des vitesses sur l'axe par exemple, il suffit ensuite de lire en chaque point de l'axe les cotes λ et μ correspondantes; on en déduit M par $\lambda + \mu = P(M)$. On doit vérifier que la différence $\lambda - \mu$ est constante et égale à l'angle ω de l'axe avec la direction de référence.

2. Si l'on désire ensuite corriger le profil de la tuyère pour obtenir sur l'axe une vitesse uniforme, on applique la méthode suivante, basée sur les résultats théoriques de Prandtl-Busemann : soit X un point de l'axe et Y le point du profil de la tuyère situé sur la ligne de Mach (λ_0) passant par X. Si nous faisons

subir à l'inclinaison ω du profil au point Y une variation $\delta\omega$, il en résulte une variation $\delta\lambda$ de la cote de (λ_0) telle que

$$\delta\omega = \delta\lambda.$$

Si l'on modifie symétriquement le profil inférieur de la tuyère, et si en un point $Y(s)$ le profil modifié présente par rapport au profil primitif une

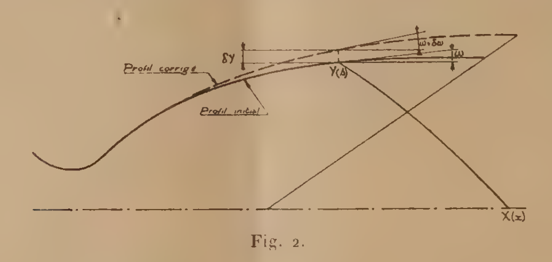


Fig. 2.

variation de pente $\delta\omega$, il en résulte au point $X(x)$ sur l'axe une variation du nombre de pression

$$\delta P = 2\,\delta\omega.$$

Soit alors $\delta P = f(x)$ la correction à effectuer, résultant du dépouillement des expériences. A tout point $X(x)$ correspond sur le profil un point $Y(s)$ sur

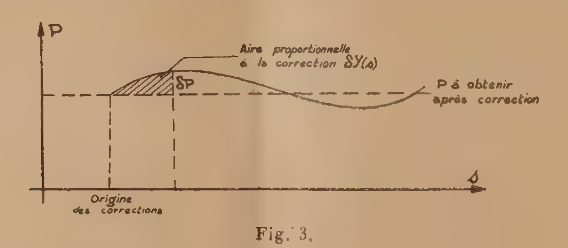


Fig. 3.

la même ligne de Mach, le profil corrigé est défini par $\delta\omega = 1/2 f(x)$. ω étant toujours très petit dans les régions à corriger (voisines de l'entrée de la chambre), et sa valeur étant exprimée en degrés, on a

$$\delta\omega = \frac{1}{2} f[x(s)]\,\delta\,\frac{dY}{dS}\,\frac{180}{\pi},$$

d'où l'on déduit par intégration la courbe de correction du profil

$$\delta Y = \int_0^s \frac{\pi}{360} f[x(s)]\,ds.$$

HYDRAULIQUE. — *Sur les changements de régime dans les canalisations. Étude statistique de la transition.* Note (*) de M. **Louis A. Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

Introduction et notations. — Le phénomène a été étudié dans une suite de Notes ([1]), ([2]), ([3]), ([4]), en partant de la perte de charge totale $\Delta P = \rho g H$, pour une longueur Δl du tube, avec l'intervention de la correction de force vive $\Delta p'$:

$$\Delta p' = 0{,}5\, k \rho U^2, \quad \text{où} \quad k_L = 2{,}16 \text{ (rég. lam.)}, \quad k_T = 1{,}08 \text{ (rég. tur.)}.$$

1. *Les mesures instantanées des caractéristiques* montrent que la vitesse de débit moyenne U est encadrée par 2 vitesses instantanées extrêmes U_L et U_T, d'où le dédoublement du point représentatif moyen de la perte de charge.

2. *L'étude sélective de la perte de charge* révèle que les régimes extrêmes correspondent à celui de Poiseuille $(\Delta p/\Delta l)_L = K_L U_L$ ou de Blasius $(\Delta p/\Delta l)_T = K_T U_T^{1,75}$.

3 et 4. *L'étude de la dispersion des caractéristiques* réclame l'arrangement parallèle des doublets de la scission dans le plan des *vitesses-pressions*.

5. *Les probabilités d'existence des régimes* ont été introduites et justifiées en assimilant les régimes du moment aux régimes extrêmes qui les limitent, et en leur attribuant les coefficients de durée complémentaires x_{lam} et $(l - x)_{\text{tur}}$.

Étude du phénomène moyen. — En se reportant au phénomène intégré dans le temps, le point représentatif moyen de la perte de charge est défini par l'équation des vitesses

$$U = x U_L + (1 - x) U_T, \tag{1}$$

et celle des pressions

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = x \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L + (1 - x)\left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T = \frac{\Delta p}{\Delta l} - k \frac{\rho U^2}{2 \Delta l}, \tag{2}$$

avec la constante

$$k = x k_L + (1 - x) k_T. \tag{3}$$

Centre de gravité des deux pôles du doublet de dispersion

$$\left[U_L - \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_L\right] - \left[U_T - \left(\frac{\Delta p}{\Delta l}\right)_T\right],$$

le point moyen $[U - (\Delta p/\Delta l)]$ ***le partage dans le rapport des probabilités d'existence.***

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) Sackmann, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 793.

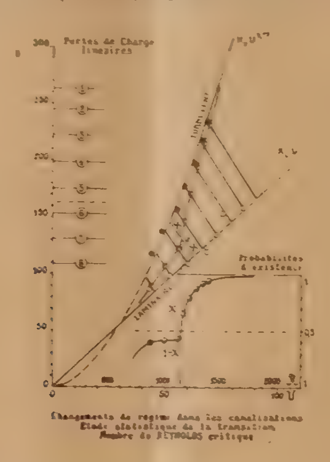
([2]) Sackmann-Codaccioni, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1326.

([3]) Sackmann, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1248.

([4]) Sackmann, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1343.

Détermination des probabilités d'existence. — Nous reprenons les résultats de mesure du travail en commun avec Codaccioni [2], comprenant huit expériences.

La détermination du point moyen, dont l'abscisse U est connue par mesure, consiste à calculer son ordonnée $\Delta p/\Delta l$ d'après l'équation (II); quant à la constante k, et le coefficient x, liés par la formule (III), on opère par approximations successives (constructions graphiques itératives).



On arrive aux résultats suivants, représentés dans la figure ci-dessus.

	Mesures.				Calculs.				
Régimes.	N°s	H.	U.	$\frac{\Delta P}{\Delta l}$.	$\frac{\Delta p}{\Delta l}$.	x.	$1-x$.	k.	$\mathcal{R}$.
Turbulent..	–	–	–	–	$K_T U_T^{1,75}$	0	1	1,08	–
	(1)	23,90	68,9	262,7	232,3	0,06	0,94	1,15	1407
	(2)	22,25	66,6	244,6	215,6	0,08	0,92	1,17	1360
	(3)	20,20	63,8	222,0	194,3	0,13	0,87	1,22	1303
	(4)	18,05	60,9	198,4	171,3	0,21	0,79	1,30	1244
	(5)	15,95	58,2	175,3	147,5	0,35	0,65	1,46	1188
Transition..	**C**	**14,90**	**57,0**	**163,5**	**132,0**	**0,50**	**0,50**	**1,62**	**1165**
	(6)	13,90	55,5	152,8	123,0	0,57	0,43	1,70	1133
	(7)	11,90	49,6	130,8	107,0	0,58	0,42	1,71	1013
	(8)	9,90	43,5	108,8	89,9	0,60	0,40	1,73	888
Laminaire..	–	–	–	–	$K_L U_L$	1	0	2,16	–

Conclusions. — 1° *Les probabilités d'existence* des régimes alternants de la transition évoluent d'une manière continue dans le domaine $888 < \mathcal{R} < 1407$.

2° *Pour le régime limite turbulent*, le passage s'effectue très normalement : en effet, pour l'expérience n° 1, début observé de ce régime, $(1-x) = 0,94$.

3° *Pour le régime limite laminaire*, qualitativement atteint pour l'expérience n° 8, x est encore très différent de l'unité; cet écart peut être attribué, aux

effets capillaires des jets liquides (BOUASSE, *Jets, Tubes et Canaux*), aux particularités de la perte de charge d'entrée (SCHILLER, *Hdb. d. Phys.*).

4° *Le nombre de Reynolds critique,* défini par le passage isochrone des régimes, $x = 1 - x = 0,5$, est $\mathcal{R}_c = 1165$ (résultat interpolé de la ligne C du tableau), valeur identique à celle de Schiller, trouvée par une autre méthode.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur une méthode variationnelle de recherche des solutions approchées de l'équation de transfert.* Note (*) de M. **Jean-Claude Pecker**, présentée par M. Bernard Lyot.

Dans une Note ([1]) récente, V. Kourganoff a proposé un nouveau critère de qualité pour les solutions approchées de l'équation de transfert, critère basé sur l'obligation pour le flux réel d'être constant.

Soit

$$\sigma = \int_0^\infty \left(\frac{\mathcal{F}(\tau)}{F} - 1\right)^2 d\tau,$$

où $\mathcal{F}(\tau)$ représente le flux calculé au moyen d'une solution déterminée et F la valeur constante du flux réel. Les solutions les meilleures sont, d'après Kourganoff, celles qui donnent le plus petit σ possible. Pour une forme analytique déterminée de l'Ergiebigkeit, ce critère permet aussi le calcul de la solution optimum.

Cette méthode, puissante puisqu'elle peut se généraliser même dans le cas où le coefficient d'absorption est fonction de la fréquence, ne nous paraît pourtant pas constituer un critère de qualité. Il nous semble en effet qu'elle attribue aux grandes profondeurs optiques un poids trop élevé : la conservation du flux n'a d'intérêt physique que dans les couches extérieures de l'atmosphère. On connaît en effet l'expression du flux monochromatique, — qu'a utilisée B. Strömgren — obtenue par une méthode de Gauss à trois termes :

$$\left(\frac{F}{\pi}\right)_{\tau_\nu=0} = 0,767\, B_\nu(0,287) + 0,222\, B_\nu(1,814) + 0,0066\, B_\nu(5,385)$$

et qui montre que ce sont essentiellement les couches extérieures de l'atmosphère qui contribuent au flux sortant.

Il nous paraît donc préférable d'envisager la quantité :

$$\sigma(\tau_l) = \int_0^{\tau_l} \left(\frac{\mathcal{F}(\tau)}{F} - 1\right)^2 d\tau$$

et dans chaque problème particulier, on pourra choisir τ_l avant de calculer la solution à $\sigma(\tau_l)$ minimum.

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus,* 225, 1947, p. 491.

Nous avons calculé, dans le cas du corps gris, et pour une solution de la forme

$$B = a + b\tau$$

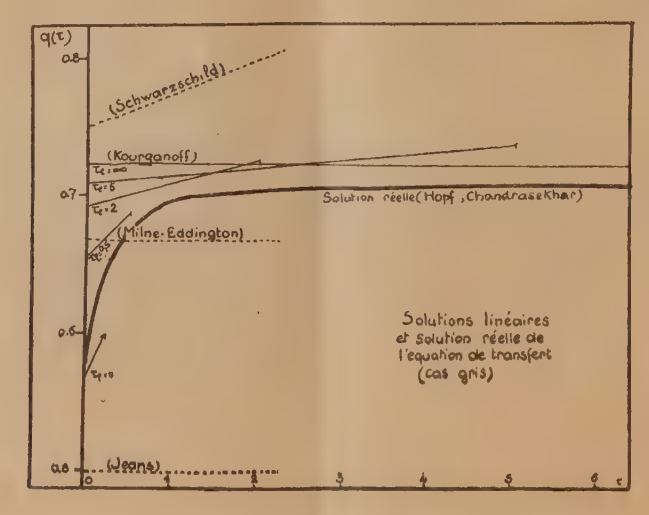
les solutions correspondant à différentes valeurs de τ_l; ces solutions (ainsi que d'autres solutions remarquables) sont groupées dans le tableau ci-dessous.

Les solutions sont de la forme

$$T^4 = \frac{1}{2} T_e^4 (a + b\tau) = \frac{3}{4} T_e^4 [\tau + q(\tau)].$$

Anciennes solutions.	a.	b.	$\sigma(\infty)$.	Solutions à $\sigma(\tau_l)$ minimum.	a.	b.	$\sigma(\infty)$.
Première approximation de Schwarzschild.....	1	2	∞	$\tau_l = \infty$ (Kourganoff)	1,079	1,5	$0{,}23.10^{-}$[illegible]
				10	1,072	1,503	∞
				5	1,065	1,506	∞
Approximation de Jeans.	0,75	1,5	$8{,}56.10^{-3}$	3	1,052	1,513	∞
				2	1,037	1,521	∞
				1	1,003	1,544	∞
Première approximation de Milne.............	1	1,5	$0{,}70.10^{-3}$	0,5	0,979	1,598	∞
				0	1,857	1,714	∞

Sur la figure 1, on peut se rendre compte de ce que représentent ces solutions approchées, comparées à la solution exacte calculée par Chandrasekhar et Hopf.



Ces résultats et cette courbe appellent quelques remarques.

a. La méthode de Kourganoff, même généralisée à des $\sigma(\tau_l)$ avec $\tau_l \neq \infty$, fournit des solutions convenables. Mais elle ne saurait constituer un critère de qualité. En effet, le classement des solutions, en $\sigma(\tau_l)$ croissant, ne sera pas le même pour différentes valeurs de τ_l. Le choix de $\sigma(\infty)$ comme critère élimi-

nerait les solutions pour lesquelles $q(\tau)$ ne tend pas vers une limite finie si τ croît à l'infini, et en particulier toutes les solutions à $\sigma(\tau_l)$ minimum, pourtant certainement préférables à l'approximation de Jeans, par exemple.

b. On remarque que dans le cas $\tau_l = 0$, et à l'extrême voisinage de la surface, les solutions se rapprochent de la solution réelle de Hopf-Chandrasekhar, sans toutefois s'y identifier :

$$\text{limite de } q(\tau) \text{ pour } \tau = 0 : 1/\sqrt{3} \text{ (Hopf-Chandrasekhar)}$$
$$: 4/7 \; [\sigma(\tau_l = 0) \text{ minimum}]$$

Cette solution à $\sigma(\tau_l = 0)$ minimum pourrait être utilisée dans les études relatives à l'assombrissement à l'extrême bord du disque du Soleil ou d'une étoile.

ACOUSTIQUE, — *Formule faisant intervenir la forme dans le calcul de la fréquence de résonance des résonateurs d'Helmholtz.* Note (*) de MM. **Daniel Chervet** et **Jacques Henry**, présentée par M. Henri Villat.

Des formules usuelles donnant la fréquence de résonance des résonateurs d'Helmholtz, la plus classique est celle de lord Rayleigh ([1]) (les autres ([2]) n'en diffèrent souvent que par un facteur constant)

$$f_0 = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{V(l + 1{,}2b)}}, \tag{1}$$

où c est la célérité du son, V le volume du résonateur, S la surface du col, b son rayon et l sa longueur.

Pour établir cette formule, on suppose essentiellement :

1° que la pression à l'intérieur du résonateur est constante;

2° que les dimensions du résonateur sont petites devant la longueur d'onde correspondant à la résonance.

La formule (1) ne tient donc pas compte de la forme du résonateur.

Or, des mesures faites dans le but de déterminer la répartition de la pression à l'intérieur du résonateur ont montré que celle-ci n'est pas constante et qu'elle varie en chaque point, suivant une loi expérimentale représentée par l'équation

$$p_z = \left[1 - 0{,}033\left(\frac{z}{L}\right)^2\right] p_{max}, \tag{2}$$

en choisissant pour axe des z l'axe du résonateur orienté vers l'intérieur, pour

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Theory of Sound*, 1945, vol. II, chap. XVI, p. 170 à 235.

([2]) Morse, *Vibrations and Sound*.

origine le point d'intersection de cet axe avec le fond du résonateur, et en appelant L la longueur du corps du résonateur.

La pression p_{max} est celle régnant sur le fond du résonateur.

De plus, les surfaces d'égale pression sont des sphères dont les centres, différents, sont voisins de l'extrémité extérieure du col. Dans la suite de l'exposé, nous adopterons un seul centre moyen, dont la position Z est déterminée par

$$Z = L + 0{,}6\,l. \qquad (3)$$

Les sphères d'égale pression ont pour équation

$$x^2 + y^2 + (z - Z)^2 = \text{const.} \qquad (4)$$

Considérons alors le volume élémentaire dv entourant le point x, y, z, volume qui est à la pression $p_{x,y,z}$, et affectons-lui un *poids* $p_{x,y,z}/p_{max}$ tiré de l'équation (2).

La valeur moyenne de ce *poids* pour tout le volume V, représentera le rapport d'un volume fictif, qui serait tout entier à une même pression, au volume réel du résonateur. Soit β ce rapport

$$\beta = \frac{\iiint_V \frac{p_{x,y,z}}{p_{max}}\, dx\, dy\, dz}{\iiint_V dx\, dy\, dz}. \qquad (5)$$

D'après (1), nous aurons

$$\sqrt{\beta} = \frac{f}{f_1}, \qquad (6)$$

où f représente la fréquence corrigée.

D'après les formules (2), (3) et (4), nous pouvons écrire finalement

$$\beta = \frac{\iiint_v \left\{ 1 - 0{,}033 \left[\frac{\xi + \sqrt{x^2 + y^2 + (z - \xi)^2}}{L} \right]^2 \right\} dx\, dy\, dz}{\iiint_v dx\, dy\, dz}. \qquad (7)$$

Les résultats obtenus en utilisant cette formule sur trois résonateurs (cylindrique, sphérique, parallélépipédique), comparés avec ceux obtenus avec la formule de Rayleigh, sont consignés dans les trois premières lignes du tableau ci-après.

La formule (7), d'un emploi peu commode, peut être remplacée par la suivante, déterminée expérimentalement à la suite de nombreux essais, et dans laquelle l'écart $f - f_0$ est relié linéairement au rapport de la longueur du résonateur à la longueur d'onde de résonance (L/λ_0 ou Lf_0)

$$\boxed{f = f_0 - (Lf_0\, 1{,}25 \cdot 10^{-2} - 19),} \qquad (8)$$

où f est exprimé en c/s et L en centimètres.

Le tableau suivant montre les résultats obtenus avec cette formule sur 10 résonateurs de forme différente.

Forme du résonateur.	Fréquence mesurée.	Erreur par la formule de Rayleigh.	Erreur par la formule (7).	Erreur par la formule (8).
Cylindrique	351	1 %	0,2 %	0
Sphérique	391	5	1	1 %
Parallélépipédique	291	9	0,9	0,3
Cylindrique	358	7	–	0
»	397	8	–	0,3
»	616	2	–	0,3
»	232	39	–	3
Parallélépipédique	305	16	–	1,7
Tronconique	307	9	–	1
Parallélépipédique	212	10	–	3

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les oscillations d'un moteur compound à flux différentiels.* Note (*) de MM. **Max Teissie-Solier** et **Pierre Lalangue**, transmise par M. Charles Camichel.

Parmi l'étude des phénomènes transitoires qui accompagnent le fonctionnement des machines électriques, celle des oscillations qui peuvent apparaître durant la marche normale a toujours été d'un grand intérêt. C'est dans le cadre des oscillations présentées par des moteurs fortement désaimantés, que se place le phénomène oscillatoire qui, dans certaines conditions, accompagne le fonctionnement d'un moteur compound à flux différentiels.

L'étude de la stabilité de ce moteur montre en particulier, qu'au-dessus d'une certaine charge, cette machine passe d'un fonctionnement stable à un fonctionnement instable, et c'est au voisinage de ce passage que, sous l'effet d'une perturbation, apparaît le phénomène oscillatoire que nous avons étudié.

Nous nous proposons de montrer que les oscillations observées sont, non pas pendulaires, comme il résulte de conclusions antérieures, mais de même nature que les oscillations de relaxation étudiées par M. van der Pol [1].

Soient :

ω_v/Ω le rapport de la partie variable ω_v de la vitesse angulaire ω à sa partie constante Ω, avec $\omega = \Omega + \omega_v$,

i_v/I_a le rapport analogue concernant le courant I dans l'induit défini par $I = I_a + i_v$,

φ_v/Φ le rapport relatif à la variation de flux dans le circuit magnétique du moteur :

T_m le temps de démarrage des parties mobiles; T_n la constante de temps de

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) *Bulletin de la Société française des Électriciens*, 1930.

l'enroulement shunt; T_i la constante de temps du circuit de l'induit; ε_e la chute de tension dans le circuit de l'induit rapportée à la force électromotrice du moteur; ε_φ la diminution du flux principal due au courant de l'induit, rapportée au flux principal: ϖ_t le nombre de spires de tout le circuit effectivement traversées par le flux principal Φ; u l'exposant de ω dans l'expression du couple résistant $K\omega^u$; c une constante, introduite par l'égalité $E = c\Phi\Omega$, E étant la force électromotrice du moteur.

Tenant compte de la self-induction de l'induit et des termes contenant le produit de la variation de flux φ_v par la variation de courant i_v et le produit de cette même variation de flux par la variation de vitesse ω_v, nous sommes parvenus au système différentiel

$$T_m \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega_v}{\Omega}\right) + u\left(\frac{\omega_v}{\Omega}\right) = \frac{i_v}{I a}\left(1 + \frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \frac{\varphi_v}{\Phi},$$

$$\varepsilon_e\left(\frac{i_v}{I a}\right) + \frac{\omega_v}{\Omega}\left(1 + \frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \frac{\varphi_v}{\Phi} + T_i \varepsilon_e \frac{d}{dt}\left(\frac{i_v}{I a}\right) + \frac{\varpi_t}{c\Omega}\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) = 0,$$

$$T_n \frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \frac{\varphi_v}{\Phi} + \varepsilon_\varphi\left(\frac{i_v}{I a}\right) = 0.$$

A partir de ce systéme, après quelques approximations qui conduisent à négliger les termes de faible valeur, on obtient l'équation différentielle

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + \left[A + B\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right)\right]\frac{d}{dt}\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right) + C\frac{\varphi_v}{\Phi} + D\left(\frac{\varphi_v}{\Phi}\right)^2 = 0$$

avec

$$A = \frac{\mathcal{E}_e(T_m + T_n + T_i) - \mathcal{E}_\varphi\left(\frac{\varpi_t}{c\Omega} + T_m\right) + T_n}{a},$$

$$B = \frac{\mathcal{E}_e(T_n + T_i) - \mathcal{E}_\varphi \frac{\varpi_t}{c\Omega} + 3T_n}{a}, \qquad C = \frac{1 + \mathcal{E}_e - 2\mathcal{E}_\varphi}{a},$$

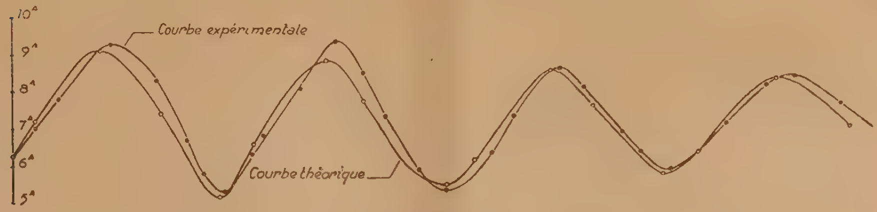
$$D = \frac{3 - 3\mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_e}{a}, \qquad a = \mathcal{E}_e(T_m T_n + T_n T_i + T_m T_i) - \mathcal{E}_\varphi \frac{T_m \varpi_t}{c\Omega}.$$

Cette équation qui renferme le produit $[(\varphi_v/\Phi)](d/dt)[(\varphi_v/\Phi)]$ peut être rapprochée d'une équation définissant une oscillation de relaxation.

Résolue graphiquement par la méthode des isoclines, après changement des variables, elle conduit à des courbes intégrales qui sont des spirales ou des demi-spirales, comme on peut le démontrer à partir des théorèmes de Henri Poincaré. La considération de ces courbes permet, en particulier, d'affirmer dans quelles conditions les oscillations sont amorties ou amplifiées, mais ne permet pas de préciser s'il peut exister des oscillations entretenues.

A partir de la courbe intégrale relative au fonctionnement d'un moteur compound de 3 kW, alimenté sous la tension de 220 V, nous avons pu tracer par points la courbe $I_a + i_v = f(t)$ donnant les variations du courant dans

l'induit lors du fonctionnement oscillatoire du moteur. La figure ci-jointe montre que si l'on dispose sur un même graphique la courbe ainsi tracée et



Courbe théorique et courbe expérimentale des variations du courant dans l'induit d'un moteur compound de 3 kW, en régime oscillatoire amorti.

celle déduite d'un relevé oscillographique obtenu lors de la marche du moteur, on constate un très bon accord entre ces deux résultats. On peut donc en conclure que la théorie ci-dessus permet d'obtenir une représentation très satisfaisante du phénomène oscillatoire étudié.

MAGNÉTISME. — *Influence des variations réversibles et irréversibles de l'aimantation sur le pouvoir thermoélectrique des milieux ferromagnétiques.* Note (*) de M. **Jean Bouchard**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons signalé antérieurement que le pouvoir thermoélectrique $d\Delta E/d\theta$ d'un métal ferromagnétique aimanté (par rapport au même métal non aimanté) varie de manière complexe avec l'intensité d'aimantation observable $\mathcal{J}$ sous l'influence des divers facteurs dont dépend cette aimantation. L'étude simultanée, en fonction d'un champ inducteur longitudinal $\mathcal{H}$ et d'une tension mécanique T, de la variation ΔE de f. é. m. du couple métal aimanté-métal non aimanté et de l'aimantation $\mathcal{J}$, pour des cycles d'hystérèse relatifs à des échantillons ferromagnétiques variés, nous a conduit à rattacher ces divers facteurs à l'influence qu'ils exercent sur les proportions respectives des parties réversibles et irréversibles de l'aimantation.

Si, pour un échantillon déterminé et une différence de température $\theta_1 - \theta_0$ fixe, on examine comment varie, en fonction de $\mathcal{H}$, ΔE et $\mathcal{J}$ au cours d'un cycle d'hystérésis, on n'observe pas tout d'abord de liaison simple entre ces deux grandeurs. Partant de $\mathcal{J} = 0$ pour $\mathcal{H} = 0$ (échantillon désaimanté), l'aimantation croît initialement beaucoup plus vite que ΔE. Pour le nickel, les cupronickels, les ferronickels réversibles, ΔE tend vers une limite ΔE_{lim} atteinte à l'approche de la saturation $\mathcal{J}_s$; pour le fer, les aciers, les ferronickels irréversibles, etc., ΔE croît également moins vite que $\mathcal{J}$ mais passe par un maximum pour une valeur de $\mathcal{J}$ qui se situe vers la fin de la variation réver-

(*) Séance du 19 mai 1948.

sible de l'aimantation, puis décroît et tend vers une limite qui n'est pas toujours nettement atteinte avec la saturation technique.

Si l'on fait décroître $\mathcal{H}$, tandis que $\mathcal{J}$ diminue suivant la portion de courbe supérieure du cycle qui correspond à la partie réversible de l'aimantation, ΔE décrit une courbe qui se superpose presque exactement avec celle qui a été obtenue pour les champs croissants. Pour $\mathcal{H} = 0$, ΔE ne présente plus, pour l'aimantation rémanente souvent considérable, qu'une valeur très faible.

Entre $\mathcal{H} = 0$ et le champ coercitif $-\mathcal{H}_c$, ΔE diminue et s'annule en même temps que $\mathcal{J}$; enfin lorsque le champ passe de $-\mathcal{H}_c$ à $-\mathcal{H}_{max}$, ΔE croît à nouveau (sans avoir changé de signe), d'abord lentement, puis plus rapidement dans la région où l'aimantation approche de la saturation.

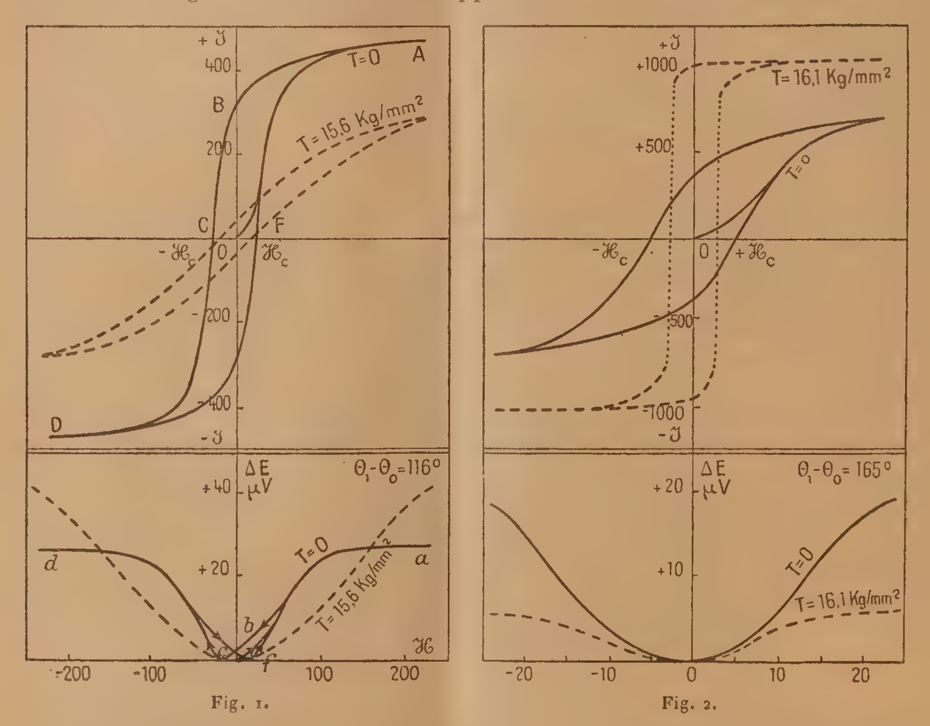


Fig. 1.

Fig. 2.

Cette comparaison entre les variations de $\mathcal{J}$ et de ΔE fait apparaître nettement une corrélation entre les phénomènes auxquels sont liés la partie réversible de l'aimantation et ceux dont dépend le pouvoir thermoélectrique des ferromagnétiques. L'influence exercée par les traitements thermiques et mécaniques sur la forme des cycles d'hystérèse et sur les déplacements qui en résultent dans les courbes de ΔE permet de conclure dans ce sens; c'est le cas des traitements qui déterminent une séparation des variations réversibles et irréversibles en des régions distinctes du cycle d'aimantation.

De même, l'action exercée par la tension mécanique conduit à un résultat

analogue. Avec le nickel et les cupronickels ferromagnétiques, la traction diminue l'aimantation et les cycles d'hytérèse deviennent de plus en plus plats. la saturation étant pratiquement atteinte pour des valeurs $\mathcal{H}_{max}$ du champ extérieur de plus en plus grandes; corrélativement ΔE_{lim} est atteinte pour des valeurs plus grandes du champ et augmente avec la traction en même temps que la partie réversible de l'aimantation. Les courbes de la figure 1 résument, en exemple, les résultats obtenus avec le nickel : lorsque partant, sans tension mécanique (courbe ———) d'un échantillon recuit désaimanté, on le soumet à un champ longitudinal variable qui lui fait décrire un cycle d'hytérésis OABCDEFA, on observe la variation *abcdfa* de ΔE; lorsqu'on répète les mêmes opérations sur l'éprouvette soumise à une traction de 15,6 kg/mm² on obtient les variations de ΔE représentées par la courbe -----.

Pour le permalloy à 78 % de nickel (et d'ailleurs pour les divers alliages à magnétostriction positive étudiés) la traction augmente l'aimantation à champ constant; pour une valeur suffisante de T (16,1 kg/mm² par exemple) on obtient un cycle presque rectangulaire (*fig.* 2), l'aimantation variant brusquement de $+\mathcal{I}_s$ à $-\mathcal{I}_s$ (1030 UEM) avec effet Barkhausen intense, pour une très faible variation du champ au voisinage du champ coercitif (2,5 Oersteds); ΔE diminue lorsque T augmente corrélativement à la suppression d'une portion croissante de la partie réversible de l'aimantation et n'éprouve aucune modification consécutive à sa variation irréversible devenue considérable.

Avec le permalloy à 81 % de nickel, les effets de la tension mécanique sont sans influence sur ΔE et sur $\mathcal{I}$.

Ces résultats peuvent en outre être rapprochés de ceux que nous avons signalés antérieurement quant au parallélisme existant entre les variations de ΔE et les effets de la magnétostriction.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Observation probable d'un méson 1000 donnant naissance à une étoile cosmique.* Note (*) de MM. **Louis Leprince-Ringuet**, **Hoang Tchang Fong**, **Louis Jauneau** et **Daniel Morellet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Au cours de l'exploration de plaques Ilford exposées au rayonnement cosmique à 4300^m d'altitude, nous avons observé l'étoile double représentée ci-après (*fig.* 1) : l'étoile E_1 émet un méson σ (trace *a*) qui donne naissance à l'étoile E_2. On peut suivre parfaitement la trace du méson σ et cette partie du phénomène ne laisse pas de doute.

D'autre part, l'étoile E_1 semble avoir été engendrée par la particule dont la

(*) Séance du 24 mai 1948.

trace est b qui se dirige de b vers E_1. Voici comment on peut discuter ce dernier point.

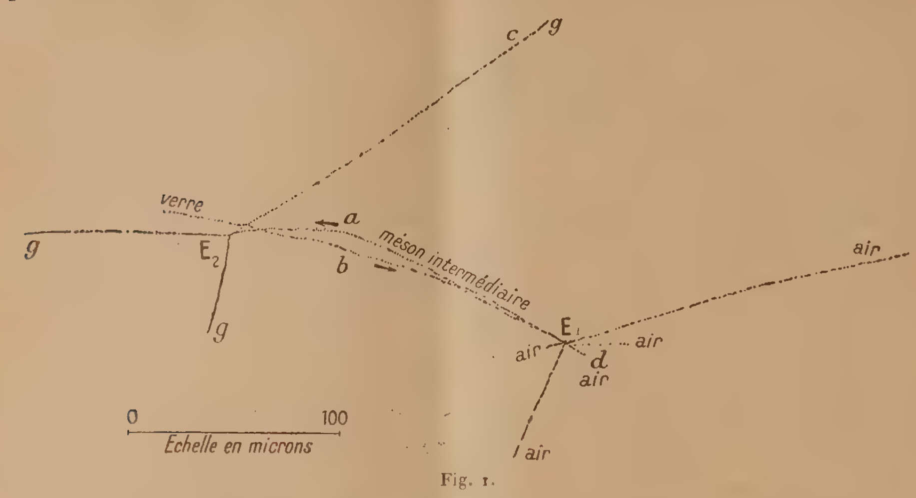


Fig. 1.

1° La trace b passe effectivement par le centre de E_1 : cette coïncidence est certainement exacte à mieux d'un micron près : elle est aussi bonne que l'observation sous fort grossissement avec immersion permet de l'affirmer.

2° Le comptage des grains, traces a, b, c, donne les courbes de la figure 2 : c est un proton issu de E_2 de longueur comparable à a et b. Il ne s'agit que de particules de l'ordre de 200 microns et des fluctuations importantes sont possibles; mais il faut remarquer que b se place entre le méson $\sigma(a)$ et le proton (c) et, que d'autre part, la courbure de sa courbe de comptage est plus accentuée que ne l'est celle du proton : cette comparaison a une certaine valeur puisque les traces sont simultanées.

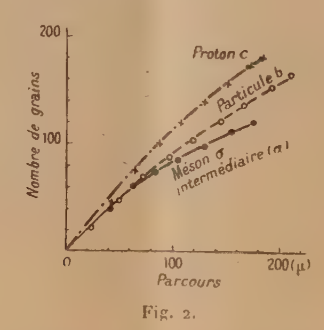


Fig. 2.

3° Ainsi la particule de trace b semble, sans que l'on puisse l'affimer tout à fait, avoir une masse intermédiaire entre celle du méson σ et celle du proton : elle peut correspondre à un méson d'environ 1 000 produisant l'étoile E_1.

4° Le bilan d'énergie de l'étoile E_1 donne, compte tenu de la création du méson σ (qui doit être un σ315, car le nombre de branches de E_2 est 3), une valeur d'au moins 400 MeV, ce qui est en bon accord avec la disparition d'un méson de masse supérieure à $800 m_0$.

5° On pourrait éliminer l'hypothèse d'un méson 1000 produisant E_1 en admettant que *b* est la trace d'un proton passant fortuitement par le centre de E_1; la probabilité de cette éventualité est extrêmement faible; signalons toutefois que parmi les branches de E_1, une trace faiblement ionisante (*d*) part presque dans le prolongement de *b*, mais son ionisation paraît plus faible que celle de *b* au voisinage de E_1. L'hypothèse d'un proton fortuit se heurte aussi à la courbure de la courbe de comptage des grains de *b*, courbure qui ne devrait pas être aussi marquée et aussi régulière.

On pourrait aussi supposer qu'il s'agit d'un proton *émis* par l'étoile E_1, mais cela est fort peu vraisemblable, car la courbe de comptage de (*b*) est tout à fait en faveur d'une trajectoire se dirigeant *vers* E_1.

Nous pensons donc que le mécanisme de ce phénomène peut être le suivant : un méson chargé d'une masse supérieure à 800 provoque l'étoile E_1 libérant des fragments nucléaires et créant un méson σ qui, à son tour, produit l'étoile E_2.

Mais nous tenons à préciser notre pensée : une photo unique ne fournit pas une preuve décisive, mais seulement une indication favorable. Il s'agit d'un événement rare et difficile à observer. Il se peut que d'autres physiciens rencontrent un ou plusieurs phénomènes en rapport avec celui que nous présentons : c'est par la conjonction d'un petit nombre de telles observations qu'une certitude pourra s'établir.

Avec la technique de la chambre de Wilson, deux indications ont déjà été fournies sur la possibilité d'existence d'un méson de masse voisine de 1 000 : la première en date, par Leprince-Ringuet et Lhéritier (¹) sous la forme d'une collision supposée élastique entre méson de 600 MeV et un électron du gaz de la chambre; la seconde par Rochester et Buttler (²) sous la forme d'une désintégration spontanée probable d'un méson lourd, soit chargé soit neutre, avec émission de mésons plus léger.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la mesure de la thixotropie de suspensions de bentonite.* Note (*) de MM. **Jean Barriol**, **Jean-Michel Bloch** et **Fernand Kayser**, présentée par M. Paul Lebeau.

La thixotropie, que des suspensions aqueuses de bentonite peuvent présenter, est généralement exprimée par la mesure de leur rigidité. Les appareils

(¹) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 618.
(²) *Nature*, **20**, 1947, p. 855.

(*) Séance du 19 mai 1948.

employés s'inspirent en général des travaux de Schwedoff (1), Bourcart, Florentin et Romanowsky (2) notamment, ainsi qu'Amiot (3), appliquent un couple de torsion croissant à un fil auquel est suspendu un plongeur et comparent cette torsion à l'angle de rotation correspondant du plongeur immergé dans le gel. Cependant, d'autres chercheurs (4), en augmentant cette torsion, rompent délibérément la thixotropie plus ou moins profondément dans la masse. Il y a là un facteur difficile à préciser et qui a en outre l'inconvénient de ne pas permettre de faire plusieurs mesures sur une même prise d'essai. Au début de nos recherches dans ce domaine, nous avons utilisé un procédé grossier, capable cependant de donner des renseignements exacts (5). Le but de la présente Note est de comparer les résultats obtenus par le procédé au cylindre de laiton (5) aux résultats obtenus avec un appareil utilisant un couple de torsion. Nous employons un jeu de cylindres de laiton, creux et lestés, de densité moyenne d_c. La pression maxima P que peut supporter le gel est liée à la hauteur d'émergence x par la formule $P = g[l(d_c - d_0) + xd_0]$. Dans cette formule, d_0 désigne la densité du liquide dispersif, soit pratiquement l'unité, l la longueur totale du cylindre et g l'accélération de la pesanteur, de manière à exprimer P en dynes/cm². On utilise un jeu de cylindres correspondant à des valeurs croissantes de d_c, en partant pour le premier de $d_c = d_0$, de manière à pouvoir mesurer des valeurs de P de plus en plus élevées. La formule établie suppose que la vitesse de chute est très faible, ce qui est réalisé avec la technique décrite (5).

La surface plane de la base du cylindre n'intervient pas dans l'équation caractéristique. Ce résultat a été vérifié expérimentalement en employant trois cylindres ayant même densité, mais des diamètres variant de $0^{cm},8$ à $1^{cm},5$: on trouve en effet dans ce cas P = 32,3; 33,3; 32,3 dynes/cm² pour une même suspension.

Nous avons comparé cette mesure de la déformation maxima que le gel peut supporter à la force de cisaillement maxima nécessaire pour rompre la rigidité du gel, en utilisant un couple de torsion. Puisque les suspensions de bentonite thixotropiques sont très homogènes, nous avons pu employer comme plongeur un tube à essai lesté suspendu à un fil de torsion. Un miroir fixé sur le tube donne un spot permettant de repérer la rotation du tube immergé. La torsion est appliquée, au fil, à la main, en faisant tourner un grand rapporteur horizontal solidaire du système. On peut ainsi déterminer :

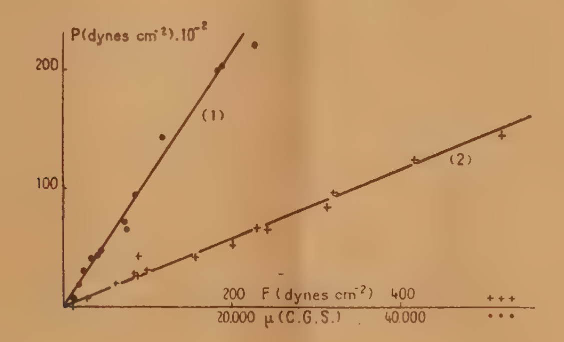
---

(1) *Journ. de Phys.*, 8, 2e série, 1889, p. 341.
(2) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 682.
(3) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 388.
(4) Roller et Stoddard, *J. phys. chem.*, 48, 1944, p. 410.
(5) F. Kayser et J. M. Bloch, *Bull. Soc. Chim.*, 14, 1947, p. 741.

1. Le module de thixotropie $\mu = C\beta/Sr\alpha$, où C est la constante de torsion du fil; β, l'angle de torsion du fil; r, le rayon du plongeur; S, la surface latérale immergée; α, l'angle de rotation du plongeur.

2. La force par centimètre carré correspondant à la rupture totale de la rigidité $F = C\beta/Sr$.

On pouvait se demander si les deux méthodes que nous venons d'indiquer mesuraient bien le même phénomène. C'est effectivement le cas, car lorsqu'on construit un graphique en portant en abscisses les résultats fournis par l'une des méthodes et en ordonnées ceux fournis par l'autre, on construit bien une droite. Les courbes (1) et (2) ont été obtenues en comparant, pour 20 suspensions de bentonite de concentrations différentes, la pression maxima P (mesurée par la méthode d'enfoncement des cylindres), soit au module de thixotropie μ (courbe 1), soit à la force F d'arrachement par centimètre carré (courbe 2). La méthode des cylindres est plus rapide et permet généralement plusieurs essais simultanés sur un échantillon peu important. Par contre la sensibilité de l'appareil de torsion est bien plus grande. Elle a d'ailleurs été augmentée en dépolissant la surface du tube plongeur. On a expérimenté différents tubes dépolis, obtenus soit par action de l'acide fluorhydrique, soit par meulage, et caractérisés par leur transparence. Les valeurs mesurées du module de thixotropie sont bien indépendantes du tube, seule la force d'arrachement varie. On a pu mesurer ainsi des thixotropies très faibles qui n'avaient pu être mises en évidence par emploi d'un tube non dépoli.



En résumé, une mesure de la thixotropie peut se faire soit par la méthode d'enfoncement qui est très rapide et commode, soit par la méthode de torsion, plus longue, très sensible et qui permet une mesure absolue de la thixotropie dans un très large domaine si l'on choisit convenablement le fil de torsion : les résultats fournis par ces deux méthodes sont comparables entre eux.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Une nouvelle méthode d'étude des réactions chimiques rapides par ciné-spectrographie.* Note (*) de M. **Marcel Laporte**, présentée par M. Frédéric Joliot.

La présente Note a pour but d'indiquer le principe et les moyens d'une méthode nouvelle que nous appellerons la *ciné-spectrographie* qui est applicable aux recherches de cinétique chimique, même dans le cas difficile des réactions très brèves.

Principe de la méthode. — On fait passer à travers une cuve à parois transparentes qui contient les substances dont on désire étudier la réaction des éclairs lumineux (visible, ultraviolet ou infrarouge) périodiques, chaque éclair ayant une durée très courte, de l'ordre de 10^{-5} seconde. Cet éclairage intermittent est obtenu par des décharges périodiques, non oscillantes, d'un condensateur à travers un tube à gaz choisi de façon que le rayonnement émis fournisse un spectre continu, dans le visible, l'ultraviolet ou l'infrarouge.

Il a été établi que tel est le cas des gaz rares et plus particulièrement du krypton et du xénon [1].

La lumière qui a traversé la cuve est conduite, par miroirs ou prismes à réflexion totale, sur la fente d'un spectrographe; on obtient ainsi le spectre d'absorption du milieu réactif à l'instant précis de la décharge; cet instant est déterminé avec la précision de la durée de l'éclair, soit par exemple 1/100000 de seconde.

Les éclairs successifs n'étant pas rigoureusement identiques entre eux, il est nécessaire de prendre, en même temps que le spectre d'absorption, un spectre d'émission de référence pour chaque éclair.

A cette fin, la lumière émise par le tube à décharge est partagée également (on utilise pour cela un tube à décharge muni d'électrodes latérales); la lumière émise par l'une des extrémités du tube traverse la cuve à réaction puis est dirigée vers la partie supérieure de la fente du spectrographe tandis que la lumière émise par l'autre extrémité du tube est dirigée, par un système de prismes ou de miroirs identiques, vers la partie inférieure de cette fente.

Dans l'un de nos essais, la cuve a été remplie aux deux tiers d'une solution de permanganate de potassium; le dispositif ayant été mis en route (déclenchement des éclairs et entraînement du film), on a achevé de remplir la cuve avec une solution d'eau oxygénée; la décoloration complète du permanganate a duré un peu moins de trois secondes; on a enregistré sur le film environ 150 couples de spectres d'absorption et d'émission.

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) *J. de Phys.*, 9, 1938, p. 228.

Il reste à voir comment l'on peut utiliser un tel document pour déterminer la cinétique de la réaction, c'est-à-dire obtenir la loi de variation en fonction du temps de la concentration C de l'un des produits réactifs, par exemple celle du permanganate.

On démontre facilement que si l'absorption suit la loi de Beer, c'est-à-dire si le flux, f, qui a traversé la cuve est lié au flux incident sur elle par la relation

$$(1) \qquad f = \mathrm{F}.e^{-\alpha_\lambda \mathrm{L.C}}$$

(e, base des logarithmes naturels; α_λ, coefficient d'absorption pour une radiation de longueur d'onde : λ; L, épaisseur de la cuve), et, si le film est convenablement exposé dans la région de la longueur d'onde : λ, sur les deux spectres; on a

$$(2) \qquad \mathrm{C} = \mathrm{A}_\lambda(\mathrm{D} - d),$$

c'est-à-dire que *la concentration du corps absorbant est proportionnelle à la différence des densités photographiques sur le spectre de référence, soit* D, *et sur le spectre d'absorption, soit* d.

A_λ étant une constante qui ne dépend que de la longueur d'onde.

Or, on sait que l'enregistrement des clichés photographiques au microphotomètre permet d'obtenir les densités photographiques; certains modèles de microphotomètres enregistreurs donnent même, tel celui de M. Vassy, directement ces densités.

Avec un tel appareil, la détermination de la variation de la concentration en fonction du temps s'obtient avec une facilité extrême : il suffit d'explorer le film, de façon à suivre sur les couples successifs de spectres enregistrés les densités relatives à une même petite bande spectrale, dans la région, par exemple, d'un maximum d'absorption.

Si les éclairs successifs étaient rigoureusement identiques, les densités D, sur les différents spectres de référence seraient égales, les points correspondants se placeraient sur une même droite horizontale, la loi de variation de la différence D — d, et, par suite, celle de la concentration, se trouverait tracée d'elle-même, les ordonnées étant rapportées à cette droite horizontale, la graduation des abscisses étant faite d'elle-même en cinquantièmes de seconde.

Il est important de remarquer que l'examen des spectres d'absorption successifs permet de révéler la présence d'une ou plusieurs bandes caractéristiques d'un produit intermédiaire dont on pourra suivre l'évolution au cours du temps; les renseignements ainsi fournis pourront servir à expliquer la cinétique de la réaction telle que l'expérience l'aura mise en évidence.

RADIOCHIMIE. — *Action des rayonnements ionisants sur l'iodure d'éthyle.* Note (*) de MM. **Marc Lefort**, **Paul Bonet-Maury** et **Marcel Frilley**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Étant donnée la facilité avec laquelle la liaison iode-radical-éthyle est rompue sous l'action des photons de lumière visible, nous avons étudié son comportement vis-à-vis de divers rayonnements ionisants dans le but de réaliser un dosage radiochimique commode de ces rayonnements. Le poids atomique élevé de l'iode assure une absorption importante des rayons X même par une faible épaisseur de liquide.

Techniques. — Les techniques d'irradiation ont été décrites dans de précédentes publications ([1]) et utilisent les rayons α du polonium ou du radon dissous dans l'iodure d'éthyle ([2]). Pour les rayons X, outre le tube à anticathode de molybdène déjà décrit donnant une longueur d'onde efficace de 0,95 Å, nous avons utilisé un tube Holweck à rayonnement mou de 4 Å avec une anticathode d'argent fonctionnant sous 4500 volts. La dose est mesurée dans une chambre d'ionisation spéciale absorbant la totalité du rayonnement. Le titrage de l'iode libéré par l'irradiation s'effectue colorimétriquement avec le photocolorimètre de Bonet-Maury ([3]), après étalonnage préalable donnant la quantité d'iode en fonction de la densité optique mesurée avec un écran coloré convenable (Wratten n° 12).

Résultats. — La figure 1 groupe les données expérimentales obtenues avec les rayons α du polonium et du radon, soit à 18° soit à — 196° dans l'azote liquide, ainsi que celles relatives aux rayons X de 0,95 Å. On observe une bonne proportionnalité entre la dose totale de rayonnement exprimée en ergs ou en électrons-volts ([4]) et la quantité d'iode formée. La figure (1 *bis*) est relative au début de la courbe pour les faibles doses et comprend quelques points obtenus avec les rayons X mous de 4 Å. Des doses plus élevées avec ce rayonnement nécessiteraient en effet des durées de fonctionnement du tube de plusieurs heures. Les quatre points observés se placent de façon satisfaisante sur la courbe relative aux rayons X de 0,95 Å. Les deux courbes obtenues

---

(*) Séance du 24 mai 1948.

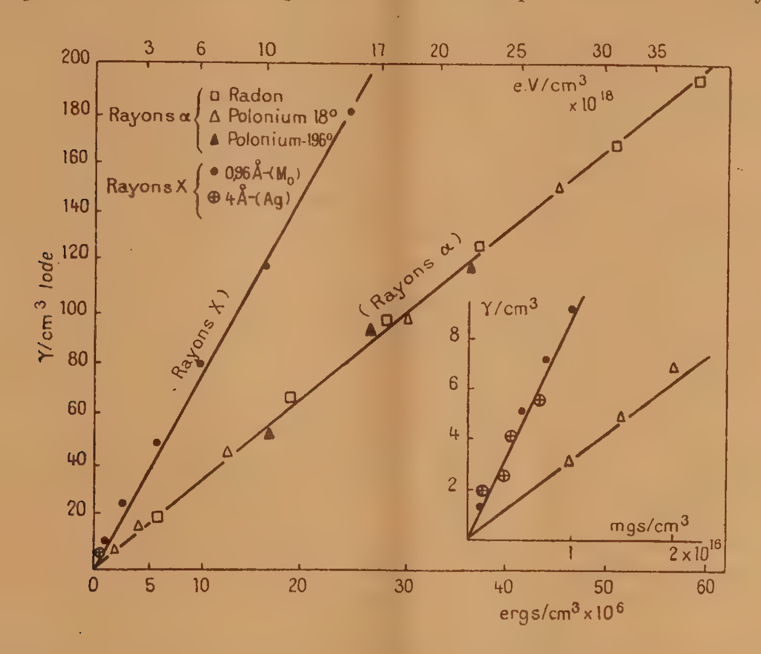
([1]) P. Bonet-Maury et M. Frilley, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 400; P. Bonet-Maury, *J. Chimie Physique*, 1942, p. 115.

([2]) En reprenant par l'iodure d'éthyle une solution chlorhydrique 0,5 N de polonium évaporée à sec sur bain-marie, 80 % environ de l'activité totale passe dans l'iodure d'éthyle.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 197.

([4]) L'ignorance complète de la distribution des ions dans l'iodure d'éthyle ne permet pas d'exprimer la dose en paires d'ions comme on le fait généralement pour les solutions aqueuses. Les auteurs américains utilisent souvent l'unité G correspondant à 100 eV ou à la formation de 3 paires d'ions dans l'air.

avec les rayons X et les rayons α sont bien distinctes et montrent que, comme pour la décomposition de l'eau [5], le mode d'action des deux rayonnements est différent; la densité linéaire d'ionisation du rayonnement joue également un rôle important dans la décomposition radiochimique de l'iodure d'éthyle.



Si l'on admet qu'une partie de l'énergie du rayonnement sert à exciter les molécules d'iodure d'éthyle et que certaines de ces molécules peuvent être dissociées en iode et C_2H_5 par chocs mutuels, il semble compréhensible que le rendement soit plus élevé avec les rayons X à faible densité ionique qu'avec les rayons α à ionisation dense, la répartition de l'énergie d'excitation étant meilleure avec les rayons X.

Le poids atomique élevé de l'iode comparé à celui des éléments constituant l'eau ou les tissus ne permet pas de réaliser un dosage radiochimique dans des conditions comparables à celles des irradiations de tissus. Des recherches sont en cours pour obtenir dans des milieux aqueux analogues à ceux des cellules vivantes un dosage photocolorimétrique simple des rayonnements ionisants avec une sensibilité supérieure à celle de la méthode au sulfate de titane que nous avons précédemment décrite [1]. L'iodure d'éthyle peut être utilisé par contre pour doser convenablement l'énergie totale émise par une source de rayonnement donnée.

([5]) P. Bonét-Maury et M. Lefort, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1445.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Structure électronique des hydrocarbures aromatiques à 4 noyaux benzéniques accolés. Étude par la méthode des orbitales moléculaires.* Note (*) de MM. **Gaston Berthier, Charles A. Coulson, Harry H. Greenwood** et Mme **Alberte Pullman.**

Cette Note forme l'introduction à l'étude systématique de la structure électronique des substances cancérigènes par la méthode des orbitales moléculaires. Les travaux précurseurs de Schmidt (1) étant mis à part, cette étude a été développée jusqu'ici par A. Pullman (2), exclusivement dans le cadre de la mésomérie. L'utilisation de la méthode des o. m. doit permettre d'obtenir une homogénéité plus grande dans les approximations employées et d'introduire le facteur énergétique négligé jusqu'ici.

Nous avons cherché d'abord à déterminer la structure des hydrocarbures à 4 noyaux benzéniques accolés, car ce sont les composés de base dont dérivent les groupes les plus importants des corps cancérigènes. La systématique employée dans la construction des diagrammes ci-dessous (indices de liaison et de valence libre) est celle de Coulson (3). Rappelons que la structure électronique des molécules aromatiques moins compliquées a été déterminée au moyen de la méthode des o. m. par Coulson et Longuet-Higgins (4), et que les diagrammes de mésomérie des corps étudiés ici ont été donnés par A. Pullman (2).

	Énergie de résonance.		Énergie d'excitation.	
Composé.	En négligeant l'intégrale de recouvrement (en unité β).	En tenant compte de l'intégrale de recouvrement (en unité γ).	En négligeant l'intégrale de recouvrement (en unité β).	En tenant compte de l'intégrale de recouvrement (en unité γ).
1.2-benzanthracène......	7,1012	3,5027	0,9046	0,9163
3.4-benzophénanthrène..	7,1874	3,5840	1,1352	1,1586
Chrysène..............	7,1900	3,5872	1,0402	1,0581
Triphénylène...........	7,2745	3,6658	1,3681	1,4093
Naphtacène............	6,9316	3,3400	0,5900	0,5935
Pyrène................	6,5055	3,2121	0,8901	0,9012

Les diagrammes ci-contre montrent un assez bon accord général avec les résultats de la méthode de la mésomérie et confirment l'*existence sur la région mésophénanthrénique des molécules à noyaux latéraux d'une zone particu-*

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) *Voir* par exemple, *Naturwiss.*, **29**, 1941, p. 146.

(2) *Voir* par exemple, *Annales de Chimie*, 2, 1947, p. 5 et *Bull. du Cancer*, **33**, 1946, p. 120; **34**, 1947, p. 245.

(3) *Trans. Faraday Soc.*, **42**, 1946, p. 106 et 265; C. A. Coulson et H. C. Longuet-Higgins, *Proc. Roy. Soc.*, A, **191**, 1947, p. 39; A, **192**, 1947, p. 16.

(4) *Rev. Scient.*, **84**, 1947, p. 929.

lière (K) *caractérisée par un fort indice de liaison associé à des forts indices de valence libre, et dont l'existence a été considérée comme nécessaire à l'apparition du pouvoir cancérigène* ([2]). On constate pourtant certaines modifications de l'ordre dans lequel ces molécules avaient été classées et l'interprétation en sera donnée plus tard.

1,2. Benzanthracène

Pyrène

3,4. Benzophénanthrène

Chrysène

Naphtacène

Triphénylène

Les diagrammes précédents permettent de rendre compte, mieux que ceux de mésomérie, des résultats expérimentaux récents de Badger et Reed ([3])

([3]) *Nature*, **161**, 1948, p. 238.

indiquant que l'addition du tétraoxyde d'osmium s'effectue plus facilement sur la région K du 1.2-benzanthracène que sur celle du phénanthrène, car l'indice de liaison aussi bien que les indices de valence libre sont sur les diagrammes orbitaux plus élevés dans la première de ces molécules. L'interprétation serait plus difficile si l'une seulement de ces deux sortes de grandeurs était supérieure dans une de ces molécules, car l'importance relative du rôle des indices de liaison et de valence libre dans les réactions d'addition n'est pas connue exactement.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Étude photométrique sur certaines réactions du soufre libre de nature colloïdale*. Note (*) de M. **Henri Garcia-Fernandez**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans une Note précédente (1) nous avons étudié les belles réactions colorées que le soufre libre dissous dans l'acétone donne en présence des alcalis (potasse ou soude).

L'analyse optique des solutions ainsi obtenues, ainsi que l'électrophorèse, pratiquée sur une tension de 90 volts, et l'étude des réactions de floculation avec les acides, ont montré que ces réactions colorées étaient dues, à leur

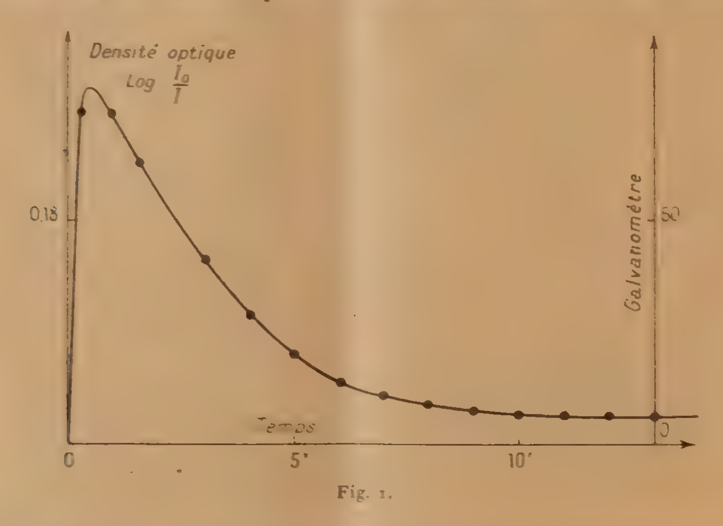


Fig. 1.

origine, à la formation de cétosols du soufre très dispersés. Ces colorations vont du bleu ciel au vert foncé, suivant la concentration du soufre élémentaire dissous dans l'acétone. Ces réactions sont très sensibles et spécifiques du soufre libre.

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 344-346.

L'étude photométrique ([2]) (*fig.* 1) montre qu'après l'addition du réactif alcalin, les solutions acétoniques atteignent après 3 à 5 secondes, leur maximum de densité optique ; la couleur reste stable pendant 4 à 5 secondes et décroît lentement jusqu'à décoloration.

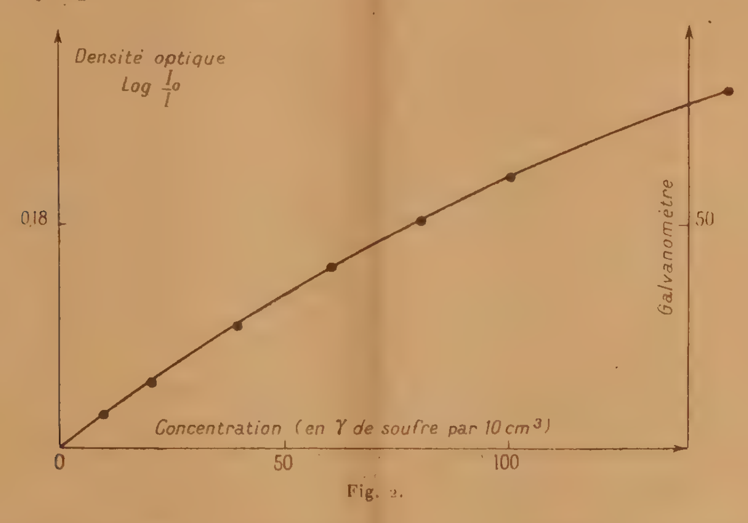


Fig. 2.

Les maxima de densité optique obtenus sont fonction de la concentration, mais ne suivent pas exactement la loi de Lambert-Beer ; la courbe obtenue est une courbe logarithmique (*fig.* 2).

On peut opérer sur de faibles concentrations allant jusqu'à 150-200γ de soufre dissous dans 10$^{cm^3}$ d'acétone, en étalonnant un appareil avec une solution d'acétone de concentration connue. Cette méthode peut être utilisée pour le microdosage du soufre élémentaire et complète la méthode gravimétrique de détermination du soufre libre par extraction avec le sulfure de carbone, lorsque la quantité séparée par le solvant est seulement de l'ordre de quelques γ.

On a employé avec succès cette méthode de microdosage du soufre élémentaire dans les minerais, les produits chimiques et les eaux sulfureuses.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Désamination nitreuse de quelques (aminométhyl)-2 cyclanols*. Note (*) de MM. **Max Mousseron**, **Jean Jullien** et **François Winternitz**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans une Note précédente ([1]), nous avons fait connaître les (aminométhyl)-2 cyclanols dont nous étudions ici la désamination nitreuse.

([2]) Nous employons l'Électrophotomètre Meunier, Jobin et Ivon.

(*) Séance du 24 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 91.

OH — CH_2NH_2 (I.) OH — CH_2NH_2 (II.) CH_3, OH — CH_2NH_2 (III.)

CH_2OH — NH_2 (IV.) $CH_2CH_2NH_2$, OH (V.)

Certains auteurs avaient montré (1) que la désamination nitreuse des amino-2 cyclanols conduisait en général, à la suite de transpositions moléculaires, à des produits aldéhydiques ou cétoniques à côté des glycols.

Nous avons vérifié que le méthyl-1 (aminométhyl)-2 cyclohexanol (III), l'amino-2 méthylolcyclohexane (IV) et l'aminoéthyl-1, cyclohexanol (V) ne donnent que des glycols. Par contre, apparaissent des produits carbonylés dans la désamination des aminocyclanols (I) et (II), mettant ainsi en évidence des transpositions moléculaires non encore décrites.

Ces aminocyclanols ont été préparés par réduction à l'alcool-sodium des cyano-2 cyclanols, eux-mêmes obtenus par deux voies différentes (2) : condensation du cyanure de potassium sur les chloro-2 cyclanols et réduction par l'isopropylate d'aluminium des cyano-2 cyclanones.

Dans le premier cas, la désamination nitreuse donne exclusivement comme produit carbonylé, la méthyl-2 cyclohexanone pour (I) et la méthyl-2 cyclopentanone pour (II). Le deuxième cas n'a pu être étudié que pour (I) : on obtient un mélange de méthyl-2 cyclohexanone et de méthylalcyclohexane.

Ces résultats appellent les remarques suivantes :

L'action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclohexanol donne un produit fondant à 46° et infractionnable par cristallisation, constitué par un seul des isomères *cis* et *trans* possibles (vraisemblablement *trans*). Ce fait est confirmé par l'absence de réactions dans l'action du cyanure de potassium sur le chloro-2 cyclohexanol *cis*. La méthyl-2 cyclohexanone obtenue correspond donc au produit de réarrangement lors de la désamination de l'(aminométhyl)-2 cyclohexanol *trans*.

La réduction par l'isopropylate d'aluminium de la cyano-2 cyclohexanone donne un mélange de cyano-2 cyclohexanols *cis* et *trans* conformément aux résultats concernant la chloro-2 cyclohexanone (2). Le méthylalcyclohexane formé à côté de la méthyl-2 cyclohexanone semble donc correspondre à l'isomère *cis*.

---

(1) Godchot et Mousseron, *Comptes rendus*, 198, [illegible], p. [illegible]; Tiffeneau, Weill et Mlle Tchoubar, *ibid.*, 205, 1937, p. 54.

(2) Mousseron et Combes, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 14, 1947, p. 604.

Nous sommes ainsi amenés à proposer les schémas de réaction :

—CH_2NH_2 HO— —H → —CH_2— —O— —H— → —CH_3 =O

—CH_2NH_2 —OH → —CH_2 —O— → —CH=O

L'étude de l'(aminométhyl)-2 cyclopentanol n'a pu être abordée; en effet, l'action du cyanure de potassium sur la chloro-2 cyclopentanone ne conduit pas à la cyano-2 cyclopentanone ([4]), mais à l'époxy-1.2 cyano-1 cyclopentane ([5]), comme dans certains cas.

C'est ainsi que le produit obtenu, $É_{16}$ 119°; n_D^{25} 1,4576; d_{25}^{25} 1,026, ne donne ni semicarbazone, ni coloration avec le chlorure ferrique; par contre il se laisse décomposer en cyclopenténone et acide cyanhydrique par le méthylate de sodium, l'isopropylate d'aluminium ou encore le sodium, contrairement aux cyanocétones cyclopentanique et cyclohexanique ([6]).

Étude des diols. — Le méthylol-2 cyclohexanol obtenu dans la désamination nitreuse de l'(aminométhyl)-2 cyclohexanol *trans* conduit à un diparanitrobenzoate fusible à 103°(CH_3COOH), comme le glycol obtenu par réduction de l'ester méthylique de l'acide cyclohexanol-2 carboxylique provenant lui-même de la saponification du cyano-2 cyclohexanol fondant à 46° (*trans*). Au contraire le méthylol-2 cyclohexanol, préparé par réduction catalytique au nickel et au platine de la méthylol-2 cyclohexanone et de l'hydroxyméthylène-2 cyclohexanone ([7]), est constitué pour 90 % de l'isomère dont le diparanitrobenzoate fond à 134°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Autoxydation du mésophénylanthranol : formation simultanée de deux peroxydes.* Note (*) de M. **Jean Rigaudy**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Au cours d'un travail sur la constitution du peroxyde (VI) que donne le mésophénylanthranol (I) par autoxydation ([1]), j'ai observé la formation

---

([4]) Best et Thorpe, *J. Chem. Soc.*, **95**, 1909, p. 710.

([5]) Favrel et Prevost, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, **49**, 1931, p. 243.

([6]) Auwers, Bahr et Frese, *Ann. der Chemie*, **441**, 1925, p. 68.

([7]) Matti, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, **51**, 1932, p. 974; Gault, *Chemica e Industria*, **20**, 1938, p. 286; Rupe et Klemm, *Helv. chim. Acta*, **21**, 1938, p. 1538.

(*) Séance du 10 mai 1948.

([1]) Ch. Dufraisse, A. Étienne et J. Rigaudy, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1773.

constante, dans cette réaction, d'une petite quantité d'un composé peu soluble. La détermination de la structure du peroxyde (VI) ayant été très délicate, il semblait souhaitable d'élucider la nature de ce deuxième produit, bien que sa production puisse paraître accessoire; mais cette étude s'est imposée, dès que j'ai eu reconnu qu'il s'agissait d'un second peroxyde.

Je viens, en effet, d'établir que ce corps est le peroxyde de mésophénylanthronyle (VIII). C'est ce que montrent les données de l'analyse et un deuxième mode de formation, qui est celui des peroxydes du genre trityle. Si l'on traite la phénylchloranthrone (II) par l'iodure de sodium en solution acétonique, l'atome de chlore, très mobile, est déplacé et il se développe une intense coloration rouge due au radical libre (VII); par agitation à l'air, cette coloration disparaît instantanément, ne laissant subsister que la teinte jaunâtre de l'iode libéré, et l'on voit se déposer des cristaux de peroxyde (VIII). On obtient, d'ailleurs, celui-ci avec un meilleur rendement, par action du mercure sur une solution benzénique de phénylchloranthrone, en présence d'oxygène. Cette dernière réaction avait été déjà mise en œuvre par Liebermann et ses collaborateurs ([2]), mais le produit qu'ils ont obtenu fondait à 219°, tempéra-

([2]) C. Liebermann, A. Glawe et S. Lindenbaum, *Ber.*, 1904, 37, p. 3337 (voir aussi *Chem. Soc.*, 1945, p. 657); *Sur le radical libre*, voir également W. Schlenk et J. Renning. *Liebigs Ann.*, 394, 1912, p. 191.

ture très éloignée de celle que j'ai observée pour la fusion instantanée du produit pur, soit 290°. L'écart entre les deux points de fusion est vraisemblablement dû à quelque impureté du produit fondant bas et aussi pour une part aux différences des techniques d'évaluation de ces points de fusion.

Reste maintenant à déterminer l'origine du corps dans l'autoxydation du phénylanthranol. Il doit provenir du radical (VII) tout comme dans la réaction de Liebermann. Mais ici le radical libre résulte de l'enlèvement, non plus d'un atome de chlore électriquement neutre à la phénylchloranthrone (II), mais d'un atome d'hydrogène électriquement neutre au phénylanthranol (I). Ceci résulterait d'une première oxydation de la molécule par l'autre peroxyde; ce serait l'analogue des oxydations de phénols en radicaux libres, signalés maintes fois sous le nom de radicaux à *oxygène monovalent* ([3]). Ce radical libre est en état de mésomérie entre plusieurs formules limites parmi lesquelles (VII*a*) et (VII*b*), ce qui lui donne la possibilité de réagir à l'oxygène sous la forme (VII*b*).

A l'appui de ce mécanisme, rappelons le fait qu'on n'obtient jamais de peroxyde (VIII) au cours de l'autoxydation en solution alcaline, où le phénylanthranol est sous la forme d'anion et s'oxyde exclusivement comme tel, (IV) à (VI); alors que la formation du radical exige du phénylanthranol libre (I).

On sera frappé par la complexité de l'autoxydation de ce dernier corps, si l'on remarque que la molécule (I) est susceptible de conduire par trois voies différentes aux trois principales structures de peroxydes actuellement connues, savoir :

— à la structure hydroperoxydique (VI), probablement par oxydation à l'état ionique suivant un mécanisme discuté par ailleurs ([1]), et rappelé ci-dessus;

— à la structure classique des peroxydes de trityle (VIII) par oxydation à l'état moléculaire;

— et enfin, théoriquement tout au moins, à la structure endoperoxydique (III), relevant de la photoxydation.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Djebel Sidi Marouf et de ses abords (chaîne Numidique-Algérie).* Note (*) de M. **Michel Durand-Delga**, présentée par M. Paul Fallot.

Une dizaine de kilomètres au sud-ouest du Moul ed Demamène ([1]), le Sidi Marouf dresse son arête, culminant à 1268^m. C'est, en plan, un quadrila-

([3]) Voir en particulier S. Goldschmidt, *Ber.*, 55, 1922, p. 3194 et mémoires suivants.

(*) Séance du 31 mai 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1826,

tère de terrains jurassiques, orienté E-W, long de 5 à 6^{km}, large de 2. Il domine des dépressions occupées par des schistes crétacés; celle qui le borde au Sud est empruntée par l'Oued Itera. Ce massif a été sommairement étudié par L. Joleaud [2].

La dépression au nord du djebel est creusée dans des schistes calcareux à Inocérames, du Crétacé supérieur. Immédiatement au Sud se dresse l'arête sommitale : elle est constituée par des calcaires sublithographiques, du Lias inférieur (200^{m}), souvent séparés du Crétacé, sur la pente nord, par des dolomies brunes (50^{m}) et par des schistes bariolés et cargneules du Trias; ces trois séries sont verticales, en contact avec le Crétacé supérieur, très froissé. Le versant méridional du chaînon montre des couches jurassiques, de plus en plus récentes à mesure que l'on descend la pente; elles ne sont plus, comme l'étaient les assises précédentes, verticales, mais s'inclinent vers le Nord, en série renversée; le pendage est de moins en moins accentué à mesure que, descendant la pente, on s'élève dans la série.

Aux calcaires sublithographiques du Lias inférieur font suite des calcaires marneux (40^{m}), quelques bancs de calcaires à silex pouvant les séparer. Ces couches et les schistes gréso-calcareux (60^{m}) qui leur succèdent peuvent représenter le Lias moyen et le Lias supérieur. Viennent ensuite des marno-calcaires blancs, bien lités (200^{m}) puis des calcaires en gros bancs, à silex en lits (100^{m}); ce pourrait être le Dogger. Sous ces niveaux, faiblement inclinés vers le Nord, des calcaires massifs (100^{m}) provoquent une abrupte corniche. Elle domine un talus de calcaires marneux verdâtres ou violacés et de marnes grises en plaquettes (200^{m}) : l'âge tithonique de ces assises, soupçonné par L. Joleaud, est attesté par la coexistence de Calpionelles (*C. alpina*, *C. ellpitica*) et d'Aptychus du Malm (*Lævaptychus latus*, *Punctaptychus punctatus*). Ainsi le Djebel Sidi Marouf montre une série jurassique complète, puissante d'un millier de mètres allant de la base du Lias au sommet du Malm, sans lacunes apparentes : c'est là un fait remarquable dans la chaîne numidique.

Tectoniquement, ce massif apparaît comme une klippe de terrains jurassiques, posée sur le Crétacé supérieur, et dont les assises sont de plus en plus renversées lorsque l'on va vers le Sud. Sur le flanc nord, le contact est vertical entre le Lias (ou le Trias) et le Crétacé. Il n'en est pas de même au Sud, où les marnes grises à Aptychus (Tithonique) reposent subhorizontalement sur la tranche des schistes crétacés pendant très fortement au Nord. Aux schistes à Inocérames du Crétacé supérieur s'associent ici des bancs de poudingues, parfois massifs, formés de galets de Trias et de Jurassique, sans éléments plus anciens.

L'extrémité orientale du djebel montre une lame d'argiles bariolées et de

---

[2] *Étude géologique de la Chaîne numidique et des Monts de Constantine* (*Thèse*, Paris, 1912).

cargneules du Trias, intercalée entre le Crétacé vraisemblablement autochtone et le Jurassique charrié. Au sud-ouest du massif, un important amas triasique gypsifère paraît jouer le même rôle. Sur le flanc nord, au contact du Crétacé, le long de la surface de charriage, les calcaires et dolomies du Lias inférieur sont intensément minéralisés en hématite brune.

Au Nord-Ouest, le Sidi Marouf est adossé au massif cristallin primaire de la Petite Kabylie : celui-ci est un complexe de schistes satinés et de micaschistes, contenant des lentilles de cipolins et des grès, et recouvrant une grande masse de gneiss. Cette série primaire chevauche vers le Sud le Crétacé parautochtone. Entre ces deux unités, s'intercalent trois lames, qui sont, de haut en bas : une minuscule écaille de micaschistes et de cipolins, une écaille de Flysch albo-aptien; enfin, à la base une écaille de Trias et de Lias. Cette dernière apparaît comme un chapelet discontinu de lambeaux de nature variée : grès blancs ou bariolés (Permo-Trias), cargneules, dolomies noires, argiles irisées et gypse (Trias), dolomies et calcaires dolomitiques (Lias). On la suit depuis le nord de la Mechtat Zoulane, à l'Est, jusqu'au bordj du Sidi Marouf, à l'Ouest. Le Kef Goussane est un piton calcaire appartenant à cette unité.

Cette région montre donc, entre autochtone crétacé et Primaire charrié, l'intercalation de trois écailles : la plus inférieure, à matériel triasico-liasique, paraît représenter la racine de la grande klippe jurassique du Djebel Sidi Marouf : les deux autres sont beaucoup plus réduites. Cette structure est la réplique de celle que j'ai fait connaître dans le massif du Moul ed Demamène, sans que l'on puisse établir la continuité des séries d'écailles de l'un à l'autre lieu.

Des observations rapportées ci-dessus et dans une Note antérieure ([1]), il résulte que, *du Sidi Marouf au Moul ed Demamène, sur un front de* 15^{km}, *le massif à matériel métamorphique* (que je tiens pour paléozoïque) *est poussé vers le Sud, chevauchant le Secondaire de la chaîne numidique par l'intermédiaire d'une série d'écailles*. Cette disposition et l'ampleur de la superposition anormale, qui varie selon les points de 7 à 15^{km}, me paraissent remettre en question toute l'interprétation du contact bordier du massif ancien de la Petite Kabylie.

PALÉONTOLOGIE. — *Suggestions à propos de deux Cystoïdes algériens.* Note de M. **Henri Termier** et Mme **Geneviève Termier**, transmise par M. Paul Fallot.

La thèque puissante des Cystoïdes a fourni à Th. Mortensen un de ses arguments pour conclure que les Diploporites ne pouvaient avoir engendré les Échinides. Les *Protocrinidæ*, tout comme les Bothriocidaridés, ont en effet des thèques très solides à plaques jointives, tandis que la majeure partie des Échinides anciens possèdent des thèques flexibles à plaques imbriquées comme les Échinothuridés actuels. C'est pourquoi nous avons émis l'hypothèse

suivante : le type Échinide s'est peut-être organisé à partir de formes néoténiques très peu calcifiées. Le gisement de Zaouia ([1]) n'entre pas dans la catégorie des faciès récifaux à Cystoïdes du nord de l'Europe, dont le biotope fixé se montre essentiellement composé de Bryozoaires et de Crinoïdes. En Grande-Kabylie, la gangue des fossiles est un schiste sans trace de calcaire et le biotope fixé compte surtout des Dendroïdes : nous pensons qu'il s'agit d'un dépôt formé loin des côtes. Dans la faune échinodermique de ce gisement, le test des organismes offre une épaisseur minima par rapport aux Cystoïdes habituels. Deux espèces, appartenant à des groupes distincts, ont en commun un caractère très rare : des plaques thécales, petites, nombreuses et *imbriquées* faisant penser aux *ambulacraires* d'*Aulechinus*, *Ectinechinus*, *Cravenechinus* et *Lepidesthes*. L'une est un Amphoride dont la bouche est munie des quatre insertions brachiolaires typiques et recouverte de plaques ambulacraires. L'autre appartient aux *Asteroblastidae* par sa bouche pentamère et la disposition en espalier de ses ambulacres. Ces deux formes offrent le grand intérêt de nous montrer que des *thèques flexibles ont existé chez les Cystoïdes s.s.*; leur coexistence semble attribuable au faciès biologique. De ces faits, nous tirerons plusieurs conclusions :

1. La plus immédiate est que, en *des conditions de milieu données, certains Cystoïdes appartenant à des groupes différents ont pu acquérir une grande similitude morphologique*, intéressant le nombre et la structure des plaques. Nous nous demandons même si cette interprétation ne s'appliquerait pas au gisement de Girvan et si les analogies entre les thèques d'*Eothuria* et celles des Aulechinides n'ont pas été accentuées par la vie dans un milieu commun.

2. Les Amphorides comprennent, à côté de *Sinocystis* (Arenig-Llandeilo) forme où la thèque s'allonge en un pseudo-pédoncule, et de *Calix*, genre du même âge, à base effilée, dont les plaques portaient des tubercules ancreurs, les Aristocystidés qui n'ont pas de dispositif d'arrimage et dont la base est cicatricielle. Chez *Aristocystis* (Caradoc), on observe une courbure de la thèque amenant la bouche, en forme de simple fente, au voisinage du fond de la mer, ce qui suggère une vie à demi-libre; chez *Campylostoma* (Ashgill), la bouche présente des lèvres inégales comme celle des Spatangues. Ainsi, la répartition stratigraphique des genres cités concorde avec une évolution de leur mode de vie, depuis un type sessile jusqu'à un type libre dont le comportement devait ressembler à celui des Holothuridés limivores actuels. La thèque flexible de l'Amphoride kabyle rappelle le souple revêtement dermique de l'Holothuride primitif *Eothuria*.

3. Chez les Échinodermes fixés, on assiste au développement externe des sillons nourriciers et des brachioles, ce qui étend assez loin la préhension des aliments. Chez les formes libres, la bouche reste l'unique centre actif de capta-

---

([1]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1385.

tion de la nourriture, car les canaux ambulacraires sont généralement enfermés sous le test dont seuls émergent les tentacules. Il est intéressant de constater que, parmi les Cystoïdes pourvus de diplopores, les Amphorides fixés sont, à ce point de vue, mieux préadaptés à une vie libre que les Diploporites. En effet, chez ces derniers, les contours de la bouche acquièrent de longs sillons atteignant jusqu'à l'insertion pédonculaire et, pour admettre la transition aux Echinides, il faut envisager l'enfoncement de ces sillons sous les plaques adambulacraires. Au contraire, chez les Amphorides, les sillons nourriciers et les brachioles sont réduits à un minimum. On voit d'ailleurs la bouche évoluer d'un stade microphage, où elle est couverte de plaques ambulacraires, à un stade plus actif. Les orifices voisins des brachioles, par où pouvaient sortir les tentacules, sont au nombre de 4 ; il est donc loisible d'admettre que les canaux ambulacraires s'étendaient à l'intérieur de la thèque sans jamais avoir offert une disposition externe. S'il nous semble inévitable de recourir aux Diploporites pour arriver aux Bothriocidaridés d'une part, aux Echinides d'autre part, il est cependant probable que le passage de la fixation à la liberté s'est effectué d'une manière beaucoup plus directe chez les Amphorides. Mais il faut croire que ceux-ci épuisèrent assez vite leur potentiel évolutif puisqu'ils n'ont pas survécu au Gothlandien et qu'on ne peut voir en eux les ancêtres des Echinides dont ils n'offrent pas la symétrie pentamère. Les données précédentes, jointes à ce que l'on savait antérieurement, nous autorisent à penser qu'*il s'est produit à l'Ordovicien une évolution parallèle dans trois phylums, d'ailleurs apparentés : les Edrioastéroïdes, les Diploporites et les Amphorides*.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Autres preuves sur la sécrétion d'auxines par certains insectes. Un nouveau test, très sensible pour le dosage des substances de croissance.* Note (*) de M. **François Nysterakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

Dans deux récentes Notes (¹), nous avons cru pouvoir réaffirmer que le désordre histologique se traduisant par des boursouflures ou des cécidies, et l'inhibition de la croissance des organes végétaux attaqués par certains animaux, seraient dus à l'action d'auxines injectées par le parasite dans les tissus qu'il pique. Nous croyons cependant utile d'apporter aujourd'hui de nouvelles preuves en faveur du mécanisme établi.

Des raisons d'ordre matériel nous ayant empêché à cette époque d'effectuer des dosages quantitatifs à l'aide des tests classiques, nous avons eu recours à d'autres tests que nous utilisons depuis quelque temps pour des dosages qualitatifs. Nos tests sont : les vrilles et l'axe floral en voie de croissance de la vigne. Ces tests présentent l'inconvénient de n'être utilisables, sans précautions préa-

---

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 746-747 et p. 831-832.

lables (culture des plantes en serres), que pendant une partie de l'année. Par contre, ils peuvent nous renseigner rapidement sur la présence de très faibles doses d'auxines en opérant aussi bien en pleine nature qu'au laboratoire.

Dès 1946, nous avons signalé que l'*Anuraphis helychrisi* Kalt. sécrétait de l'acide indol-β-acétique responsable des perturbations connues sur la croissance des cellules et des organes du prunier et des autres végétaux attaqués.



Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

En *a* application du mélange : lanoline plus noir animal. En *b* : lanoline plus insectes.

Le 18 avril 1948, nous avons à nouveau recueilli 2^g de cet insecte. La moitié de ces insectes vivants a été mélangée immédiatement à 2^g de lanoline pure et soigneusement écrasée. L'autre moitié a été mélangée avec le même poids de lanoline après avoir été au préalable finement broyée. Au bout de 2 heures, 12 heures, 24 heures, 48 heures et 96 heures, après leur trituration, les petites boules de pâte (d'un diamètre de 2 à 5^{mm}) ont été appliquées unilatéralement à une distance de 2 à 4^{cm} de l'extrémité des tiges, des vrilles et des axes floraux parfaitement droits de la variété Chasselas.

A chaque application, cinquante organes ont été traités de cette façon. Nous en avons gardé cent cinquante autres comme témoins. Un tiers des témoins était laissé sans aucun traitement, l'autre tiers recevait de la lanoline pure, et le dernier lot, le même excipient coloré par du noir animal, de telle sorte que sa teinte fût la même que celle de la lanoline contenant les insectes.

L'intensité de la réaction (quoique très nette même si la pâte contenant les insectes est appliquée aussitôt après sa préparation) est néanmoins influencée par le temps écoulé entre l'écrasement des insectes et l'application du mélange (vitesse de diffusion de la substance active), et surtout par la température du milieu.

Nous reviendrons ultérieurement sur ces points. Nous nous bornerons pour le moment à signaler le cas le plus caractéristique, celui qui concerne les expériences du 20 avril à 12^h, c'est-à-dire 48 heures après le mélange insectes-lanoline.

Ces expériences ont été effectuées en plein vignoble. La température était de 22° et l'humidité de 60 %.

Sous ces conditions, les vrilles et les axes floraux ayant reçu la pâte insectes-lanoline commençaient à se courber 10 à 15 minutes après l'application. Après une heure, la courbure des vrilles atteignait 70 à 80°; celle des axes floraux ne dépassait pas 45°. A 14h, vrilles et grappes présentaient la même courbure (90 à 120°). Par la suite, les courbures sont restées stationnaires, sauf dans quelques cas où elles oscillaient entre 180° et même 360° (2).

Les vrilles et axes floraux témoins, sans traitement ou bien ayant reçu de la lanoline pure ou additionnée du noir animal, sont restés parfaitement droits.

Ces résultats s'ajoutant à ceux que nous avons signalés précédemment, démontrent clairement que les désordres histologiques, l'inhibition de la croissance et les courbures des organes attaqués par certains insectes sont dus à l'action d'auxines sécrétées par l'animal. En outre, ils nous permettent de nous rendre compte de la sensibilité d'un nouveau test d'un emploi facile pour des mesures des substances de croissance, sans être obligés de disposer d'installations coûteuses.

Nous donnerons ultérieurement les résultats obtenus en expérimentant cette fois, dans des chambres noires à température et humidité constantes avec les mêmes tests, et nous indiquerons, avec les détails de notre méthode, le procédé qui nous permet des dosages assez précis d'auxines.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les propriétés phyto-hormonales de l'esculoside et du phlorizoside.* Note (*) de M. **Jean Lavollay** et Mme **Françoise Laborey**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'esculoside et le phlorizoside manifestent chez l'Animal des propriétés puissantes; ils sont notamment doués de l'activité anti-fragilité vasculaire (1). Il semblait curieux que de tels composés, d'origine végétale, puissent être indifférents dans la physiologie de la plante (2).

Au cours d'essais préliminaires nous avons étudié leurs effets sur la germination. L'esculétol (dihydroxycoumarine) et son glucoside sont pratiquement dénués de toxicité pour les graines en voie de germination, alors que la coumarine empêché ce phénomène à de très fortes dilutions. Dans le cas du

---

(2) Age des tests, température du milieu et surtout volume des pâtes appliquées étant les facteurs principaux.

(*) Séance du 24 mai 1948.

(1) J. Lavollay et J. Sevestre, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 979-980; J. Lavollay, *Congrès de la Victoire de l'A. F. A. S.*, oct. 1945 (en cours de publication).

(2) La parthénocarpie de la Tomate peut être provoquée par une substance, présente dans le pépin de Pomme, qui serait le phlorizoside (L. C. Luckwill, *Nature*, 158, 1946, p. 663; D. Woodcock, *Nature*, 159, 1947, p. 100).

phlorizoside, nos expériences ont révélé non seulement sa non-toxicité, mais encore son action stimulante sur la germination de l'Orge [1].

Ces premières expériences nous ont incités à rechercher si le phlorizoside et l'esculoside ne peuvent exercer sur la plante des effets analogues à ceux des hormones végétales. Des graines de Pois étaient d'abord mises à germer sur du sable humide dans des boîtes de Petri. Les plantules, choisies de manière à ce que leurs radicelles et leurs tigelles soient toutes également développées, étaient ensuite placées, à raison de 5 par vase, sur une gaze recouvrant des récipients en verre remplis d'une solution nutritive où plongeaient les racines. Trois expériences ont été faites, avec deux liquides nutritifs (Sachs et Knoop), des concentrations variées des glucosides et, pour comparaison, d'acide indol-3 acétique, en renouvelant ou non les liquides en cours d'expérience. Au bout de temps de culture également variés on récoltait les plantes, on pesait séparément les racines et les appareils aériens; on pesait également les récoltes après dessiccation.

Les trois expériences ont conduit à des résultats du même ordre. Les plus significatifs sont ceux d'une culture de courte durée, dans laquelle on a utilisé le liquide de Knoop (nitrate de calcium : 1g; nitrate de potassium : 0g,25; phosphate monopotassique : 0g,25; sulfate de magnésium : 0g,25; chlorure ferrique : traces; eau : Q. S. [illegible]). Chaque vase en pyrex renfermait 400cm³ de liquide et sur chacun on avait disposé 5 plantules. Il y avait un vase témoin (liquide seul), deux vases renfermant en plus de l'acide indol-3 acétique, deux vases renfermant de l'esculoside, deux vases renfermant du phlorizoside.

La fluorescence de l'esculoside a disparu dès le quatrième jour et l'on a renouvelé partout les liquides le sixième jour; la fluorescence de l'esculoside a disparu de nouveau le lendemain, mais on n'a plus changé les liquides. Le septième jour, sur l'acide indol-3 acétique, les racines étaient moins développées que celles des témoins, mais elles étaient déjà plus importantes sur esculoside et sur phlorizoside où les poils absorbants étaient particulièrement développés. La récolte a été faite le [illegible] jour et les pesées ont donné les résultats ci-après.

Les effets de l'esculoside et du phlorizoside sur le développement de la jeune plante de Pois ont donc été analogues à ceux de l'acide indol-3 acétique; ils se sont manifestés surtout sur le poids des racines. Les deux substances ont particulièrement stimulé la formation de poils absorbants. Par contre, comme l'acide indol-3 acétique, elles n'ont pratiquement pas eu d'effet, dans cette expérience de courte durée, sur le poids sec des parties aériennes. Dans d'autres expériences, plus longues, l'appareil aérien avait aussi bénéficié de leur action. Les deux hétérosides ont exercé, comme l'hétéro-auxine, un effet très sensible

(1) On trouvera des détails dans un Mémoire à paraître dans le *Bulletin de l'Académie d'Agriculture* (séance du [illegible] juin 1948).

sur le taux d'hydratation de tous les tissus, qui a toujours été supérieur à celui des tissus des témoins (effet sur la turgescence).

	Racines.		Tiges.		Plante totale.	
	Poids (g).	Indice.	Poids (g).	Indice.	Poids (g).	Indice.
	Poids frais.					
Témoins	2,19	100	3,89	100	6,08	100
$0,625.10^{-6}$ acide indol-3 acétique	3,25	148	4,83	124	8,08	133
$0,625.10^{-5}$ »	3,25	148	4,35	111	7,60	125
$1,25.10^{-5}$ esculoside	2,51	115	3,85	98	6,36	104
$5,75.10^{-5}$ »	2,89	132	4,21	108	7,10	116
$2,5.10^{-5}$ phlorizoside	2,64	125	4,09	105	6,73	117
5.10^{-5} »	3,02	138	4,62	119	7,64	125
	Poids secs.					
Témoins	0,12	100	0,485	100	0,605	100
$0,625.10^{-6}$ acide indol-3 acétique	0,17	142	0,510	105	0,680	112
$0,625.10^{-5}$ »	0,17	142	0,470	98	0,640	106
$1,25.10^{-5}$ esculoside	0,14	117	0,480	100	0,620	102
$5,75.10^{-5}$ »	0,16	133	0,455	94	0,615	102
$2,5.10^{-5}$ phlorizoside	0,14	117	0,475	99	0,615	102
5.10^{-5} »	0,16	133	0,500	103	0,660	109

L'esculoside et le phlorizoside sont donc des corps ayant une certaine activité phytohormonale; leurs effets sont particulièrement nets sur le système radiculaire. Il n'est pas démontré qu'ils exercent de tels effets sur les végétaux où ils se trouvent à l'état naturel; cependant, cette éventualité doit être prise en considération.

MYCOLOGIE. — *Au sujet d'une Urédinée vivant sur le couple d'hôtes* Clematis vitalba-Hordeum maritimum. Note de MM. **Lucien Guyot**, **Michel Massenot**, **Jacques Montégut** et **Athanase Saccas**, présentée par M. Roger Heim.

En 1815, de Candolle décrit *Uredo rubigo-vera*, qui provoque la *Rouille des Graminées;* la description qu'il en donne (« poussière jaune, enfin rousse ») montre bien qu'il confond, dans cette expression, ce qu'il est convenu de distinguer aujourd'hui sous les noms de *Rouille jaune* et de *Rouille brune* des Graminées. En créant, en 1884, le binome de *Puccinia rubigo-vera* pour désigner la forme parfaite de la Rouille des Graminées, G. Winter perpétue la même confusion. En 1896, J. Eriksson et E. Henning distinguent : *a*. Sous le nom de *Puccinia glumarum* (= *Uredo glumarum* Schmidt, 1819), une *Rouille jaune* caractérisée par ses urédosores ($0^{mm},5$-$1 \times 0,3$-$0^{mm},4$) jaune citron (cadmium clair), disposés en longues séries linéaires sur les feuilles, souvent aussi à la face interne des glumes et jusque sur les grains; *b*. sous le nom de *Puccinia dispersa*, une *Rouille brune*, caractérisée par ses urédosores (1-$1^{mm},5 \times 1^{mm}$) bruns (ocre brun ou terre de Sienne), épars sans ordre sur

les feuilles. Cette distinction a été unanimement acceptée par les urédinologues du monde entier : si la Rouille brune, dont la phase écidienne s'accomplit sur des plantes variées appartenant pour la plupart aux familles des Borraginacées, Liliacées et Renonculacées, a été depuis scindée en un certain nombre d'espèces distinctes, dont chacune a sa morphologie particulière et ses hôtes spéciaux, la Rouille jaune, dont l'hôte écidien demeure inconnu, a été jusqu'à ce jour maintenue dans son intégrité, bien que des divergences notables puissent être constatées tant dans la structure de ses probasides que dans son degré de spécialisation parasitaire.

A vrai dire, l'individualité des Rouilles jaune et brune n'est point toujours aussi nettement accusée qu'il semblerait résulter du concept erikssonien, et des confusions ont été fréquemment commises entre ces deux Rouilles, même par les urédinologues les mieux avertis. Certains aspects macroscopiques intermédiaires ont été signalés en divers cas, en ce qui concerne tant la localisation que la disposition des urédosores. C'est ainsi que la Rouille brune des Bromes (*Puccinia bromina* Erikss.) fructifie parfois sur les glumes des inflorescences et montre fréquemment des urédo- et téleutosores disposés en séries linéaires, en particulier sur les gaines foliaires et à la base du limbe. Étudiant la rouille jaune d'*Hordeum murinum*, G. Viennot-Bourgin a noté qu'au début de l'invasion des jeunes feuilles, la disposition urédosporifère est irrégulière et non en ligne; sur feuille, les spores à probasides forment de petits groupes à la face inférieure du limbe, au niveau de la nervure principale.

Une disposition sporifère conforme à la précédente a été observée par nous, à diverses reprises, sur *Hordeum maritimum* parasité par une Rouille que ses caractéristiques biométriques nous obligent à séparer, sous le nom de *Puccinia hordei-maritimi* nov. spec., de toutes les formes de Rouille brune antérieurement connues sur les *Hordeum* (*P. hordei* Otth = *P. simplex* Erikss. et Henn., *P. hordei-murini* Buchwald = *P. hordei* Fuck., *P. hordei-secalini* Viennot-Bourgin). *P. hordei-maritimi* se caractérise : *a*, par ses urédosores très petits, jaune orangé, épars sur les jeunes feuilles et évoluant très vite en téliosores; *b*, par ses urédospores subglobuleuses ou ellipsoïdes, mesurant 24-28 (22-34) × 22-24 (20-26)µ, à membrane mince (1µ), hyaline, finement échinulée et pourvue de 4 à 5 (? → 7) pores germinatifs; *c*, par ses téliosores très petits, oblongs, ellipsoïdes ou linéaires, épars ou plus ou moins groupés sur les jeunes feuilles et demeurant longtemps recouverts par l'épiderme; *d*, par ses téleutospores oblongues ou claviformes, parfois subcylindriques, mesurant (comptage sur 250 spores) L. 34-60 (25-73) × l. s. 13-20 (11-23) × l. i. 11-17 (10-22), en moyenne L. 44-50 × l. s. 15-18 × l. i. 13-15µ, à épispore épais de 2 à 7µ au sommet, à pédicelle court (→ 10µ); *e*, par ses mésospores peu nombreuses (2 à 10 %).

Les probasides de *P. hordei-maritimi* s'apparentent étroitement, dans leur conformation générale et dans leurs caractéristiques biométriques, à celles de

P. glumarum (sur *Hordeum leporinum, murinum* et *maritimum*), dont les dimensions sont les suivantes : L. 37-59 (32-75) × l. s. 16-23 (11-26) × l. i. 13-18 (9-23), en moyenne L. 41-55 × l. s. 17-20 × l. i. 14,5-16,5 μ; elles sont toutefois un peu plus étroites au niveau tant de la loge supérieure que de la loge inférieure.

P. hordei-maritimi a été obtenu par nous, à diverses reprises en 1947 et en 1948, sur de jeunes plantules d'*Hordeum maritimum* contaminées, en serre et sous cloche, par des écidiospores prélevées sur *Clematis vitalba* à Montpellier (Hérault) le 5 mai 1948, à Hyères (Var) le 26 avril 1947 et le 6 mai 1948, et à Vence (Alpes-maritimes) le 8 mai 1948; en chaque cas, urédos et téleutos sont apparus sur *Hordeum maritimum*, tandis qu'*Hordeum leporinum* et *murinum*, et diverses Graminées appartenant aux genres *Agropyrum, Bromus* et *Elymus* demeuraient indemnes. A partir d'écidiospores recueillies sur *Clematis recta* à Antibes (Alpes-maritimes) le 28 avril 1947, un seul et minuscule urédosore a été constaté sur *Hordeum maritimum*.

En Europe, aucune liaison *Clematis-Hordeum* n'avait été à ce jour expérimentalement reconnue; en Amérique septentrionale, plusieurs races biologiques de *P. rubigo-vera*, évoluant sur le couple d'hôtes *Clematis-Hordeum* (*gussoneanum* et *jubatum*, mais non *murinum*), ont été identifiées, mais aucune n'a fait l'objet d'une description morphologique précise.

BIOLOGIE. — *Ovulation provoquée suivie de fécondation chez la Chienne.* Note de M. **Jean Malterre**, Mlle **Halina Wilczynska** et M. **Raymond Laurans**, présentée par M. Robert Courrier.

L'administration d'hormones folliculaires, ou d'œstrogènes de synthèse, peut déclencher l'œstrus chez les femelles. Cependant ces chaleurs artificielles ne permettent pas toujours la fécondation (1), (2), (3), (4).

Les essais, dont nous rendons compte, ont eu pour but de provoquer l'ovulation de la Chienne, et la mise-bas à l'époque prévue. A cet effet, les

(1) Berthelon : L'injection sous-cutanée de 2^{mg} de benzoate de dihydrofolliculine chez la Chienne frigide amène, dans les 48 heures, l'apparition de chaleurs, mais celles-ci sont presque toujours stériles (*Cah. méd. vét.*, 15, déc. 1946, p. 139).

(2) Berthelon et Tournut : Toutes les recherches effectuées pour déterminer l'œstrus fécond chez la Brebis ont conduit à des résultats décevants (*Rev. méd. vét.*, mars 1947, p. 97 à 115).

(3) Nous avons vu, à l'Institut zootechnique de Moscou, l'effet considérable de la folliculine sur l'ovaire de truie, dont les follicules s'hypertrophient. Dans ces conditions, cependant, la saillie reste généralement improductive.

(4) Pourtant, M. Klein et G. Mayer, travaillant sur la Lapine, ont obtenu, avec du benzoate d'œstradiol, de nouvelles chaleurs, et l'accouplement suivi de ponte et de fécondation pendant une grossesse première. Ils n'ont cependant « point obtenu la présence simultanée de gestations résultant de deux inséminations successives » (*C. R. Soc. biol.*, sept. 1946, p. 600).

sujets nos 5-6-7-8 furent traités par une association de vitamine E et de dihydrofolliculine.

Des injections sous-cutanées de 1^{cm^3} d'huile de germe de blé, correspondant à $3^{mg},5$ d'α-tocophérol, furent pratiquées, quatre fois à dix jours d'intervalle, à partir du 20 mai pour les nos 5 et 6, et à partir du 30 mai pour les nos 7 et 8. Chaque femelle a donc été préparée par une dose totale de 14^{mg} de vitamine E.

En outre, du 12 au 24 et 26 juin pour 5 et 6, du 7 au 16 et 19 juillet pour 7 et 8, les chiennes ont reçu, *per os*, au niveau de la commissure des lèvres, presque chaque jour, avant le repas, une solution hydroalcoolique titrée de dihydrofolliculine cristallisée.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Chiennes.	Vit. E (*).	Dihydrofolliculine (mg).		Début apparent des chaleurs.	Temps écoulé (en j) depuis le début du traitement: au tocophérol.	à la folliculine.	Saillies.	Mise-bas. Date.	Sexe.
5. Nullipare, 16^{kg}, 18 mois	A partir du 20 mai	0,8	en 9 administrations, du 12 au 24 juin	17 juin	28	5	6 du 25 juin au 1er juil.	28 août	5 ♂, 7 ♀
6. Pluripare, 16^{kg}, 2 ans		1	en 11 administrations, du 12 au 26 juin	18 juin	29	6	5, du 5 au 13 juil.	9 sept.	7 ♂, 2 ♀
7. Nullipare, 30^{kg}, 14 mois	A partir du 30 mai	1	en 9 administrations, du 7 au 16 juillet	10 juil.	41	3	6, du 12 au 24 juil.	Avorte à partir du 8 sept.	
8. Pluripare, 21^{kg}, 5 ans		1,2	en 12 administrations, du 7 au 19 juillet	16 juil.	47	9	5, du 19 au 24 juil.	19 sept.	4 ♂, 3 ♀

(*) 4 piqûres = 14^{mg} α-tocophérol au total.

Quatre chiennes en bonne santé, une nullipare et trois pluripares, dont l'époque des chaleurs était inconnue, servaient de témoins. Aucune n'est entrée en chasse pendant la durée de l'expérience. Nous savons que cela n'est pas absolument probant en soi, pour des animaux dont l'œstrus ne revient que tous les six mois. Il nous semble cependant significatif que les témoins n'aient rien manifesté, alors que les sujets traités sont entrés en activité génésique visible et cela cinq, six, trois et neuf jours après le début de l'ingestion hormonale.

Les sujets 5, 6 et 8 eurent une parturition normale. Les chiots étaient bien constitués et vigoureux. Les mères ont très bien allaité ceux qui leur furent laissés.

La chienne 7 a avorté à partir du 6 septembre. Les causes de cet accident n'ont pas été précisées, mais elles semblent se rapporter à une infection de la femelle. Le 15 septembre celle-ci adopte facilement un chiot étranger et l'allaite normalement.

Au regard de nos expériences nous pensons que les échecs enregistrés par d'autres chercheurs sur la Chienne, la Brebis, la Truie, etc. doivent se rattacher à deux ordres de faits :

a. L'œstrogène à forte dose superpose à son rôle maturatif une action abortive en interdisant la nidation;

b. Il crée ou s'accompagne d'un déséquilibre entre les facteurs de croissance et les composants biochimiques de l'ovule.

En conclusion, il apparaît que l'administration de doses faibles et répétées de dihydrofolliculine à des chiennes normales, préparées par la vitamine E, a abouti, dans quatre cas sur quatre, à des chaleurs fécondes.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Colonies d'Abeilles* Apis mellifica *var.* punica, *entretenant et nourrissant plusieurs dizaines de reines, vierges et fécondées.* Note de M. **Maurice Mathis**, présentée par M. Émile Roubaud.

Depuis les travaux de Réaumur et de François Huber, le naturaliste aveugle de Genève, on sait qu'une colonie d'abeilles est conduite par *une reine* et *une seule reine*. Si cette reine vient à disparaître ou à être enlevée, les abeilles-ouvrières édifient des cellules royales, en prenant *en nourrissement* un certain nombre de jeunes larves primitivement destinées à donner des ouvrières et les amènent à l'état de reines. La première reine éclose détruit les autres cellules royales et tue ses sœurs comme des rivales. Après sa fécondation, elle prend le commandement de la colonie.

Si les reines, d'une part, ont les unes envers les autres une telle aversion, les abeilles ne peuvent également pas souffrir la pluralité des reines, et toute reine surnuméraire, même introduite de force dans une colonie, est immédiatement *emballée*, c'est-à-dire mise à mort par étouffement.

Il paraît donc impossible *a priori* de faire cohabiter plusieurs reines dans la même colonie, à moins de les séparer par des grilles ou des cages. On peut faire vivre pendant quelques jours des reines nouvellement nées en les enfermant dans des cages grillagées d'élevage (*nourriceries*), mais la reine-mère doit en être isolée par une grille.

Jusqu'à présent, on considère l'introduction d'une reine supplémentaire dans une colonie normalement constituée comme illusoire, les abeilles-ouvrières laissant infailliblement la reine surnuméraire mourir de faim.

Pour réussir le maintien en vie de plusieurs reines dans la même colonie, il nous a fallu provoquer sur les abeilles une sorte de *choc psychologique*, capable de leur faire accepter cet état contre nature : la pluralité des reines. Nos

recherches ont porté sur l'Abeille commune de Tunisie que nous désignons sous le nom d'*Apis mellifica*, var. *punica*. Cette race a, dans les conditions naturelles, une grande propension à l'essaimage, aussi ce que nous avançons s'applique-t-il à elle et uniquement à elle.

Technique de la préparation du choc psychologique. — Une colonie d'abeilles d'environ 10000 ouvrières, logées dans une ruche à feuillets de François Huber, modifiée par nous, est utilisée comme point de départ. Nous *orphelinons* cette colonie en lui enlevant sa reine : dès que les abeilles s'aperçoivent de cette disparition, elles entrent dans une espèce d'*immense détresse* (Langstroth), puis elles se calment en édifiant des cellules royales. Lorsque ces cellules sont operculées, *on les détruit toutes sans exception*; les abeilles n'ayant plus, à ce moment, aucune possibilité naturelle de fabriquer de nouvelles reines acceptent alors toutes celles qu'on leur donne, mais pour qu'elles n'aient aucune tendance à choisir l'une plutôt que l'autre, il faut que ces reines introduites, préalablement encagées, soient *sœurs*, c'est-à-dire issues d'un même élevage royal, et présentent le même stade de maturité sexuelle. Au bout de quelques jours, durant lesquels on aura pris la précaution de donner à chacune d'entre elles, matin et soir, une ration supplémentaire de miel liquide, on libère une reine pour son vol nuptial. Dès qu'elle revient *fécondée*, on la capture à l'entrée de la ruche et on la remet en cagette grillagée : on en libère une seconde et ainsi de suite pour toutes les reines du lot introduit. La dernière, maintenue à l'état libre au sein de la colonie, fonctionnera comme mère reproductrice.

Préparation d'un lot de reines-sœurs. — On *orpheline* une colonie d'abeilles, de manière à lui faire édifier des cellules royales. Les reines formées sont prélevées un peu avant leur naissance, encore à l'état nymphal, pour éviter que la première éclose ne détruise ses sœurs au berceau, ou dans ces combats singuliers, si bien décrits par François Hubert, dès 1782. Les cellules royales sont donc détachées délicatement, ouvertes aux ciseaux fins, les nymphes royales extraites une à une et introduites dans un petit tube de verre fermé, d'un côté, par un bouchon et, de l'autre, percé d'une petite ouverture par laquelle la jeune reine pourra passer sa langue, pour être nourrie par les ouvrières spécialisées dans cette fonction. Ces tubes de verre sont placés dans une position verticale à l'intérieur de la ruche, imitant celle des cellules royales naturelles, l'insecte ayant la tête dirigée vers le bas. Dès que l'imago est parfait et avant l'évacuation des fèces, on le fait passer dans un tube grillagé (1^{cm} de diamètre, 5^{cm} de longueur), fermé aux extrémités par des bouchons. Après quelques jours, durant lesquels les ouvrières nourrissent les jeunes reines indistinctement et les nettoient en les léchant à travers les mailles du grillage, ces reines sont placées dans de petites cages cubiques de 3^{cm} de côté, dont une face est fermée par une petite lame de verre et l'autre par un grillage. Dans cet espace plus grand que le simple tube, les reines peuvent déplier leurs ailes et prendre un développe-

ment plus considérable. Ces cages sont placées dans la première colonie, préparée comme nous l'indiquions plus haut par *le choc psychologique du double orphelinage*. Là, après quelques jours, on procédera au vol nuptial de chacune d'elles, en les libérant à tour de rôle.

En résumé, en utilisant comme matériel l'Abeille punique, nous sommes arrivés à maintenir et à conserver en vie dans une même colonie des lots de plusieurs dizaines de reines (23 reines dans une ruche que nous avons transportée de Tunis à Paris), résultat qui n'a pu être obtenu qu'en provoquant, par deux orphelinages successifs, un nouveau réflexe éducateur polygyne, modifiant le comportement monogyne habituel des abeilles sociales.

IMMUNOLOGIE. — *Sur la nature de la fonction anticorps correspondant aux molécules organiques de faible poids moléculaire*. Note (*) de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'expérimentation, favorisée dans le cas des antigènes organiques de faible poids moléculaire par la diffusibilité de ces molécules, permet de définir la nature de la fonction anticorps.

I. La variation instantanée de la viscosité d'un sérum sous l'effet de l'addition d'une molécule organique ([1]), a montré que : *a*. La viscosité subit toujours un abaissement s'il s'agit d'une molécule *quelconque* introduite dans un sérum quelconque. Cette chute de viscosité reste du même ordre de grandeur que celle qu'entraînerait la simple dilution par du sérum physiologique : la molécule introduite dans le sérum y a donc été dispersée sans ordre et sans interaction avec les éléments constitutifs du sérum ; *b*. Au contraire, s'il s'agit du sérum d'un animal préparé *spécifiquement* vis-à-vis de la molécule introduite, l'augmentation constante de la viscosité montre que la distribution de l'antigène parmi les molécules sériques ne se fait plus au hasard, mais est *ordonnée*. Cet arrangement spécifique que le sérum impose désormais à une molécule étrangère existe, *a fortiori*, entre tous les constituants sériques normaux : autrement dit, la distribution respective des globulines, de l'albumine, des lipides, des sucres, etc., correspond à une structure stricte, telle que celle démontrée par Jonnard et Zuckerkandl ([2]), pour le plus petit de ces constituants sériques, le chlorure de sodium.

Le rapprochement de ces deux expériences initiales sur les variations de la viscosité (chez l'animal quelconque et chez l'animal préparé) implique que la structure normale du sérum a subi, consécutivement à la présence imposée de l'antigène, une réorganisation permettant au sérum d'admettre désormais

(*) Séance du 19 mai 1948.

([1]) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 159.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 1315.

cette molécule parmi la structure de ses éléments normaux. Par cette réorganisation spécifique, l'anticorps apparaît comme le récepteur d'une molécule normalement étrangère à la circulation. Or le fait essentiel réside dans la rapidité extrême de l'apparition de ce récepteur spécifique.

2. Préparons en effet un animal par une dose massive d'antigène, administrée pendant 4 heures, tel qu'il a été exposé précédemment ([3]). L'anticorps ne se manifeste qu'après un délai de 3 à 4 jours, tandis que le sérum, prélevé immédiatement après la fin des injections préparantes, est inactif. Pourtant, cette inactivité n'est qu'apparente et résulte de la persistance de l'antigène dans la circulation, en masquant ainsi l'anticorps : pour faire apparaître l'activité spécifique, il suffit de dialyser pendant quelques jours vers pH 3,5, l'acidité du milieu éliminant l'antigène de sa combinaison (stable seulement au pH alcalin du sang). C'est donc que l'anticorps a été formé pendant la durée des injections et avec une rapidité qui exclut toute intervention de l'antigène, lors de la synthèse des globulines.

Pour résumer, l'invasion massive et continue d'une molécule étrangère force les constituants normaux du plasma à modifier la structure rigoureuse qui caractérise leur état normal et à subir une sorte de modelage spécifiquement adapté à la structure de l'antigène. L'expérience a montré que ce remaniement ([4]) concerne les γ-globulines, qui sont les molécules les plus grosses et de ce fait les moins stables : la fonction anticorps, ainsi constituée, révèle son actvité après l'élimination de l'antigène.

La fonction anticorps résulte donc à la fois de l'organisation structurale des constituant plasmatiques et de l'adaptation de cette structure à l'antigène imposé. L'immunité accompagne la persistance plus ou moins marquée de cette adaptation. Le retour à l'équilibre initial, c'est-à-dire la disparition de la fonction anticorps, est proportionnel à la perturbation imposée au plasma : faible et limitée à quelques jours pour les antigènes de petite taille, mais plus importante, et donc plus durable, pour les antigènes protéidiques.

([3]) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1861

([4]) On peut envisager, pour ce remaniement, un mécanisme analogue à celui qui permet *in vitro* l'adaptation spécifique d'un protéide à un antigène (J. Loiseleur, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 687).

CHIMIOTHÉRAPIE EXPÉRIMENTALE. — *Action d'une aminophénylsulfone sur l'évolution d'une maladie infectieuse des abeilles.* Note (*) de M. **Jean Guilhon**, présentée par M. Émile Roubaud.

Parmi les maladies infectieuses et contagieuses du couvain des abeilles, les loques maligne et bénigne provoquent, dans tous les pays, des pertes économiques élevées. Tous les traitements chimiques proposés pour les combattre sont restés sans effet, lorsqu'en 1942, aux États-Unis, Childers et Haseman ont remarqué les possibilités de régression de la loque américaine ou maligne sous l'influence d'une thérapeutique sulfamidée. De tous les sulfamides employés, depuis six ans, le 2-(para-amino-phényl-sulfamido-) thiazole est apparu le plus actif; mais, si ce dernier empêche la multiplication, dans certaines conditions, du *Bacillus larvæ*, agent de la loque américaine, il ne s'oppose que très exceptionnellement et partiellement à la pullulation des bactéries responsables de la loque européenne ou bénigne. Au lieu de chercher à traiter cette dernière affection avec de nouveaux sulfamides, nous avons choisi un corps jouissant de propriétés bactériostatiques, mais de structure chimique différente : la digalactoside de la 4.4'-diamino-diphénylsulfone.

Plusieurs colonies, atteintes de loque européenne à divers degrés, soit depuis quelques années, soit depuis un à deux mois, ont été traitées par du sirop de sucre à 50 %, renfermant 80^{cg} par litre de cette digalactoside.

Dans un premier lot, de sept colonies infectées à 5 ou 10 %, les symptômes ont disparu, lentement, environ un mois après l'application de cette nouvelle thérapeutique antiloqueuse, caractérisée par quatre administrations consécutives d'un demi-litre de sirop médicamenteux, à 8 ou 10 jours d'intervalle, au printemps (avril-mai). Dans un deuxième lot de onze colonies traitées, en été (juillet-août), le couvain a recouvré son aspect normal, plus rapidement, un mois après la première absorption médicamenteuse. Les dix-huit colonies examinées au printemps suivant sont apparues parfaitement saines et vigoureuses, bien que certaines d'entre elles aient été constamment maintenues à proximité de nombreuses ruches contaminées.

Par ailleurs, le nourrissement thérapeutique des abeilles avec du sirop à la digalactoside de la 4.4' diamino-diphénylsulfone paraît capable de stimuler l'activité de la ruche, puisque les sept colonies malades du premier lot ont produit plus de miel que les abeilles des ruches saines placées dans les mêmes conditions.

En résumé, la digalactoside de la 4.4' diamino-diphénylsulfone, à la dose de 80 cg/l de sirop de sucre à 50 %, administrée à raison d'un demi-litre de sirop

(*) Séance du 31 mai 1948.

médicamenteux, au moins 4 fois, à 8 ou 10 jours d'intervalle, fait régresser assez rapidement les symptômes de la loque européenne.

A $15^h 40^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Henri Deslandres*.

En première ligne............	M. **André Danjon**.
En seconde ligne............	M. **Jules Baillaud**.
En troisième ligne ex æquo *par ordre alphabétique*.........	MM. **Lucien d'Azambuja**. **Fernand Baldet**. **Henri Chrétien**. **Henri Mineur**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance publique.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

R. C.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mai 1948.

Contribution à l'étude des analyseurs électroniques, par René Barthélemy. Paris, Editions L. E. P. S., s. d.; 1 vol. 27^{cm}.

Encyclopédie biogéographique et écologique. I. *Essai de biogéographie de la péninsule ibérique*, par Pierre Allorge. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. $25^{cm},5$ (présenté par M. R. Heim).

Faune de France. 48. *Coléoptères hydrocanthares*, par Félix Guignot. Paris, Paul Lechevalier, 1947; 1 vol. $25^{cm},5$.

Spécialités pharmaceutiques Ciba. Bâle, s. d.; 1 vol. $21^{cm},5$.

Arcs. Aires. Volumes. Centres de gravité. Moments d'inertie, par J. Deschodt. Paris, Office national d'études et de recherches aéronautiques, 1948; 1 vol. 27^{cm}.

Progrès récents dans la conception des servo-mécanismes et systèmes de télécommande. Quatre conférences, par Gérard Lehmann. Paris, Office national d'études et de recherches aéronautiques, 1948; 1 vol. 27^{cm}.

La récession des nébuleuses extra-galactiques, par P. Drumeaux. Première et deuxième parties. Extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles.* Louvain, Société scientifique de Bruxelles, 1947 et 1948; 2 fasc. 24^{cm},5.

Une station de cure préventoriale Villard-de-Lans, par Robert Pierret et R. Romain. Extrait de la *Revue de phtisiologie,* T. XI, n° 5, 1930. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. 23^{cm},5.

Nuovo trattato di geometria e meccanica quantistiche, par Marcello Puma. Roma, Istituto Pitagora, 1944; 1 vol. 24^{cm}.

Nuova teoria quantistica della Luce, par Marcello Puma. Roma, Istituto Pitagora, 1947; 1 vol. 24^{cm}.

Collection des Actualités radiobiologiques. Le rayonnement infrarouge, par Jean Lecomte. T. I. *Applications biologiques, physiques et techniques.* Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. 21^{cm} (présenté par M. J. Cabannes).

Mémoires de la Société géologique de France. Nouvelle série. T. XXV. Mém. n° 53. *Description géologique de la Transcaucasie méridionale.* (Chaînes de l'araxe moyen), par Pierre Bonnet et Mme Pierre Bonnet. Paris, Au siège de la Société géologique de France, 1947; 1 vol. 33^{cm},5.

Union géodésique et géophysique internationale. Association de météorologie. Réunion d'Oslo (1948). *Programme et Résumé des Mémoires.* Los Angeles, 1948; 1 vol. polycopié 24^{cm},5 (en langue anglaise).

Géométrie descriptive à quatre dimensions. Premier livre. *Figures du premier degré.* Chap. I, II, III. *Définitions, positions, intersections,* par Jacques Maurin. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. polycopié 27^{cm}.

Les actions à distance. Les forces électrostatiques et la gravitation. Relation $G = 2/9\,(Nm)^2$, par R. d'Aubry de Puymorin. Paris, Gauthier-Villars, 1948; 1 vol. polycopié 23^{cm},5.

Homenaje de la Universidad de La Habana a D. Justo Sierra, 17 de marzo de 1945. Discursos de : Clemente Inclàn, Roberto Agramonte, Raimundo Lazo, Rosa Marìa Garcìa, Juan M. Dihigo, José Angel Ceniceros. Publicacion separada de Universidad de La Habana, 1945; 1 vol. 23^{cm}.

Introduction à la biologie quantitative, par Maxime Lamotte. Paris, Masson et Cie, 1948; 1 vol. 25^{cm} (présenté par M. M. Caullery).

ERRATA.

—

(Séance du 23 février 1948.)

Note de M. *Jean Chauvelier*, Action de l'eau, de l'ammoniac et des amines non tertiaires sur les cétones $\alpha.\alpha'$-diacétyléniques :

Page 677, 6e ligne, *au lieu de* M. Jean Chauvelier, *lire* Mlle Janine Chauvelier.

(Séance du 12 avril 1948.)

Note de MM. *Raoul Wildenstein* et *Paul Laffitte*, Sur le rôle des radicaux C_2 et CH dans la combustion du méthane :

Page 1197, ligne 3, *au lieu de* raies de CH, *lire* raies de OH;
» » ligne 13, *au lieu de*
$C_2^* + OH \rightarrow CO + CH^*$, *lire* $C_2 + OH \rightarrow CO + CH^*$.

(Séance du 3 mai 1948.)

Note de M. *Robert Genty*, Sur les problèmes de l'évasion hors de l'attraction terrestre et de la gravitation autour de la Terre :

Page 1511, formule (2), *au lieu de* $\frac{d^3S}{dt^2}$, *lire* $\frac{d^2S}{dt^2}$.

(Séance du 19 mai 1948.)

Note de M. *Fernand Carbenay*, Flux d'impulsion définissant le seuil de fonctionnement d'un récepteur-enregistreur du niveau moyen des atmosphériques :

Page 1710, ligne 34, *au lieu de* $\int_0^\infty$, *lire* $\int_0^0$;

Page 1711, ligne 11, *au lieu de* $\int_0^0$, *lire* $\int_0^\infty$.